



Óbudai Egyetem

Bánki Donát Gépész- és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar

Dr Mikó Balázs

Termelésirányítás a gépiparban

Oktatási segédlet

1.0



2010.

Tartalomjegyzék

1	Bevezetés.....	3
2	Termelési (gyártási) rendszerek áttekintése	3
3	Anyagszükséglet tervezése.....	4
3.1	Összeállítási rajzok és ábrázolási módjuk.....	8
3.1.1	Összeállítási fa, és gozinto-gráf	8
3.1.2	Darabjegyzék.....	10
3.2	Bruttó igény meghatározása	12
3.3	Az MRP folyamata.....	5
3.4	MRP mintapéllda.....	14
3.4.1	Tételt tételre politika	17
3.4.2	Rendelési tétel nagyság az EOQ modell alapján.....	18
3.4.3	Rendelési tétel nagyság a legkisebb összes költség alapján.....	19
3.4.4	Rendelési tétel nagyság a legkisebb átlagköltség (egységköltség) alapján.....	20
3.4.5	Dinamikus programozás, a Wagner – Whitin modell	22
4	Gyártásütemezés.....	27
5	Terv feladatok ütemezése - Hálótervezés.....	27
5.1	Hálótervezés mintafeladat	32
6	Gyártási idő- és költségbecslés	35

1 Bevezetés

2 Termelési (gyártási) rendszerek áttekintése

Termelési (gyártási) rendszer alatt a kitűzött termelési cél elérése érdekében létrehozott munkahelyek és termelő-berendezések egymással kapcsolatos csoportjait, a közöttük létrehozott anyag- és információáramlási, valamint az egész rendszer irányítási és vezetési módszerét értjük.

A munkahelyek csoportosítása alapján megkülönböztethető

- a technológiai csoportosítású és
- a termék (tárgyi) csoportosítású

munkahelyekkel kialakított rendszer.

Technológiai csoportosítás esetében azok a munkahelyek tartoznak egy csoportba, amelyek azonos technológiai feladatokat látnak el. Az ilyen alapon csoportosított munkahelyekből kialakított termelési rendszerekben folyó tevékenység a **műhelyrendszerű** termelés (gyártás).

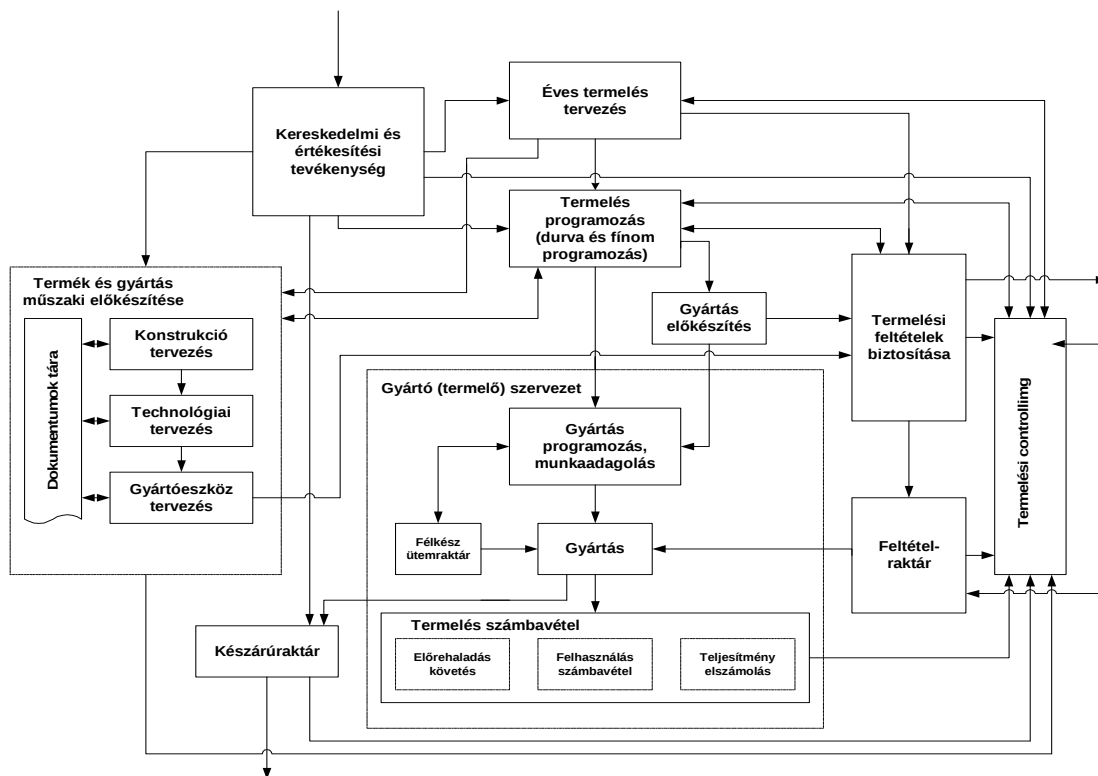
A tárgyi csoportosítás esetén azok a munkahelyek képeznek egy termelési egységet, amelyek valamely munkatárgy (alkatrész, gyártmány, stb.) megmunkálásához szükségesek. Az ilyen alapon csoportosított munkahelyekből kialakított termelési rendszerben folyó tevékenység elnevezése **csoportos** vagy **folymatos rendszerű** termelés.

Az integrált (rugalmas) gyártórendszerek az automatizálás, az elektronikus vezérlések valamint a modern számítógépek elterjedésével alakultak ki. Integrált (rugalmas) gyártórendszereken a gyártóberendezések olyan sora értendő, amelyeket közös vezérlő és anyagmozgató rendszerrel úgy kapcsolnak össze, hogy egyrészt teljesen automatizált a gyártás rajtuk, másrészt pedig egy adott területen belül különböző munkadarabokon különböző megmunkálási feladatok végezhetők velük anélkül, hogy a folyamat a megmunkáló gépek átállása miatt megszakadna.

Az integrált gyártórendszerekben a termeléssel összefüggő valamennyi alrendszer, így a megmunkáló, a raktározó és anyagmozgató, a minőségellenőrző valamint a gyártás segédfolyamatai (a munkadarab-előkészítés, forgács- és hulladék anyag eltávolítás, a hűtőfolyadék ellátás stb.) magába foglaló rendszer, az ezeket összehangoló termelésirányító alrendszer felügyeletével végzi tevékenységét."

3 A termelésirányítás feladatai

4 Termelésirányítási rendszerek



5 Anyagszükséglet tervezése

Az anyagszükséglet-tervezés során meghatározzuk, hogy adott mennyiségű végtermék előállításához mekkora mennyiségre van szükség alapanyagokból, illetve saját vagy külső forrásokból (beszállító) származó idegen alkatrészekből. Az adott mennyiség meghatározható előrejelzési modell segítségével, vagy visszaigazolt megrendelésekből, esetleg egy termelési program alapján (függetlenül az esetleges konkrét vevői igényektől, pl. bányá). Az értékesítési piacunkra előre meghatározott végtermék-mennyiséget **primer** igénynek nevezzük, míg az ebből levezetett (származtatott) igények a különböző alapanyagok, illetve részegységek, alkatrészek iránt a **szekunder** igényt jelentik. Gyakran alkatrész, illetve részegységből is lehet primer igényről szó, pl. amikor egy autóhoz tartalék alkatrészeket is gyártani kell.

5.1 Az MRP folyamata

Az MRP (Material Requirements Planning) egy számítógéppel támogatott eljárás, mely elsődlegesen az anyaggazdálkodást van hivatva elősegíteni az alábbiak szerint:

- Anyagszükséglet meghatározása,
- Alkatrész diszpozíció,
- Raktárkészlet nyilvántartás.

Mindez többlépcsős gyártásnál fontos, ahol félkész termékek részbeni gyártása, részbeni beszerzése és végtermékké összeszerelése folyik. Nagyon fontos feltétele egy MRP rendszer alkalmazásának, hogy a termékstruktúrát leíró gráf ciklusmentes legyen. Ez a gépiparban gyakorlatilag teljesül, de pl. nem minden vegyipari folyamat ciklusmentes, ott ez nem használható. Az MRP minden áru vagy alkatrészféleségre (pl. cikkszámra) egy előre megadott időtartamon belül meghatározza az egyes periódusokban gyártandó, vagy rendelendő mennyiségeket. A gyakorlatban ez az előre megadott időtartam általában egy hét. Egy MRP rendszer működtetéséhez az alábbi adatok szükségesek:

- Összeállítási rajz vagy darabjegyzék és az egyes elemek átfutási ideje az egyes gyártási fokozatokban (Bill of Materials, **BOM** Files).
- Az ún. elsődleges, vagy primer igény minden alkatrésztípusra (cikkszámra) vonatkoztatva, mely vagy az előrejelzések alapján a végtermék iránti igényt adja meg az egyes periódusokra, vagy már egy adott termelési program alapján ismert (Master Production Schedule, **MPS**).
- A rendelkezésre álló raktárkészlet minden termékre, minden alkatrésztípusra (cikkszámra), a tervezési időszak (pl. hét) minden periódusára (pl. nap) vonatkozóan. Itt nemcsak a tényleges raktárkészletet kell figyelembe venni, hanem a már megrendelt anyag (ezt hozzáadjuk a készlethez), illetve a már lekötött rendelések (ezeket levonjuk a készletből) is számítanak, illetve korrigálhatjuk még az esetleges utánrendelésekkel, ha pl. az előző alkalommal nem szállítottak le maradék nélkül mindent. Mindezek a raktárkészlet nyilvántartásból gyűjthetők ki (Inventory Records File, **IR** File).

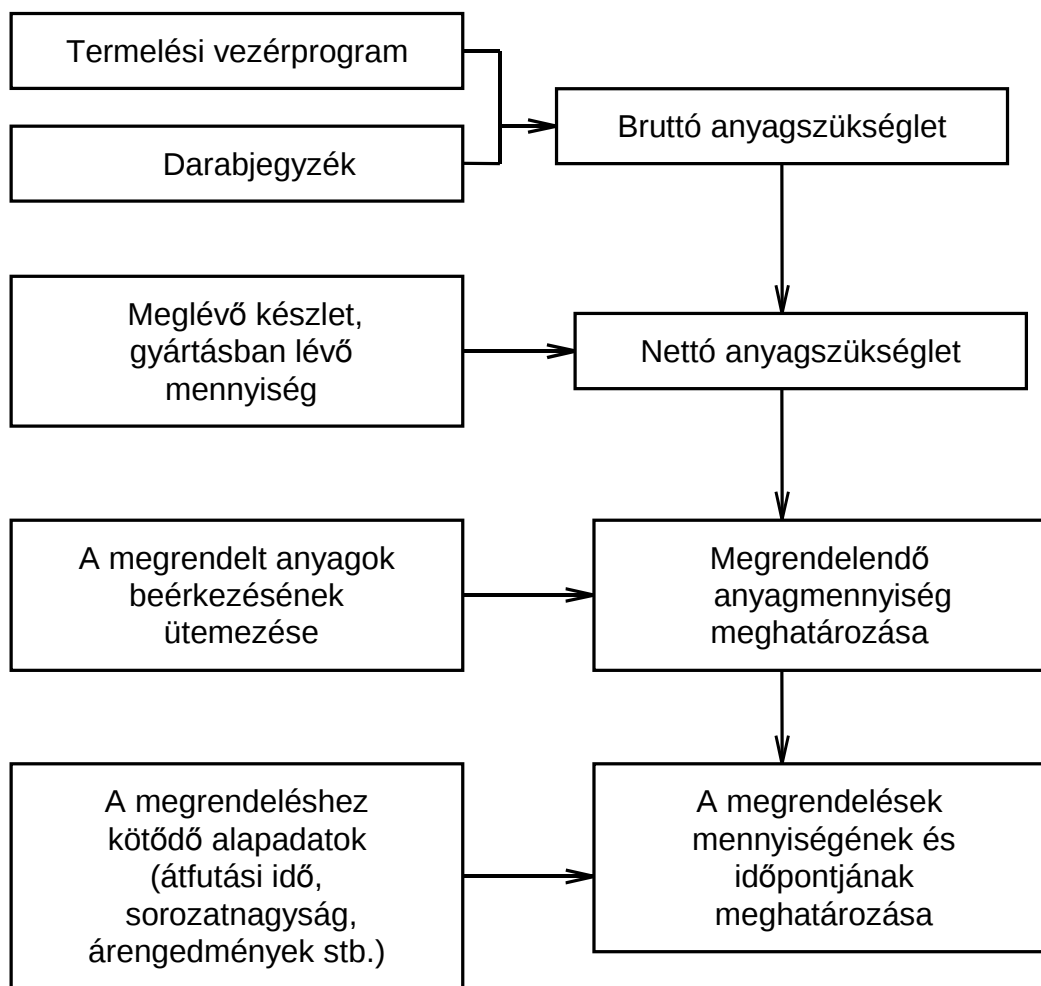
Minden alkatrésztípusra meg kell adni az **átfutási időt**, ami a tényleges megmunkálási időt, és a befogási időket jelenti – ezeket a technológusok meghatározzák –, valamint hozzászámítjuk az ún. átviteli időt, mely a várakozási (pl. esztergálás után köszörülésre vár a munkadarab) illetve szállítási időt jelenti (míg az esztergától a köszörőig eljut). Mivel az MRP rendszer egy nagyvonalú (nagyléptékű) tervezési eszköz, ezért az esetek többségében megelégszünk az átfutási idő becslésével. Külső beszerzésű termékek esetén (pl.

nyersanyagok, alkatrész beszállítások esetén) az átfutási idő a tényleges beszerzési időt (utánrendelési idő) jelenti.

Egy MRP rendszer működtetése során minden gyártási szinten és minden periódusra az alábbi lépéseket végezzük el:

- **Darabjegyzék kibontása (bruttó igény meghatározása):** Ebből derül ki, hogy egy adott alkatrészből hány darabra van szükség az adott végtermék előállításához.
- **Nettó igény meghatározása:** Az előbb meghatározott alkatrészmennyiségből levonjuk a raktáron lévő rendelkezésre álló készletet.
- **Tételnagyság meghatározása:** A nettó igény ismeretében kiszámítjuk, hogy mikor és mennyit gyártsunk (vagy rendeljünk) az adott alkatrésztípusból.
- **Időbeli eltolás:** A gyártási illetve rendelési tételnagyság és az átfutási idő (gyártás esetén) vagy a szállítási idő (külső beszerzés esetén) ismeretében meghatározzuk, hogy mikor is kell az alkatrészek legyártását (vagy megrendelését) elkezdeni, hogy a kívánt időre rendelkezésünkre álljon.

Mindezeket az N-ik feldolgozási szinten kezdjük el – a végterméknél – és visszafelé haladva egészen a 0-ik szintig – a külső beszerzéseig, ill. alapanyagig – folytatjuk. Magát a folyamatot az alábbi ábra foglalja össze.



1. Ábra. Az MRP rendszer elvi felépítése

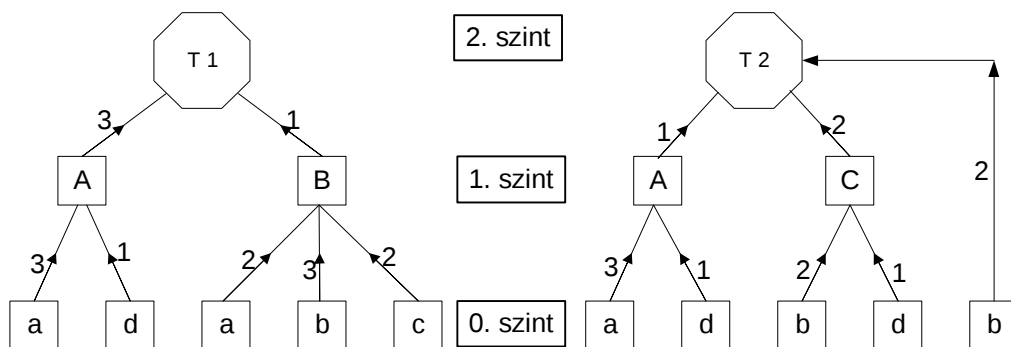
5.2 Összeállítási rajzok és ábrázolási módjuk

Az összeállítási rajzok segítségével adhatjuk meg, hogy a vállalat által előállított végtermékekhez mely részegységekből, alkatrészekből mennyire van szükség. Mindezen elemek gyűjtőneveként az alkatrész fogalmát használjuk, függetlenül attól, hogy ez vásárolt, gyártott alapanyag, vagy komplett részegység. Ennek megfelelően két nagy csoportba soroljuk a szükséglettervezési rendszer elemeit, végtermékek, röviden **termékek**, illetve **alkatrészek**. Az összeállítási rajzok többféleképpen megadhatók, úgymint összeállítási fa, gozinto-gráf, vagy darabjegyzék.

5.2.1 Összeállítási fa

Egy összeállítási fa (eredetfának is nevezik) a végtermék összes komponensét tartalmazza az egyes szerelési fázisok sorrendjében. Pl. a 0. szerelési szint megfelel a nyersanyagoknak, illetve elemi alkatrészeknek, míg a legmagasabb gyártási szint mondjuk az N.-ik szint a végterméknek. Több helyen felhasznált ugyanolyan alkatrészeket (pl. csavar) minden szerelési szinten ábrázolni kell, ahol előfordulnak. Egy összeállítási fa egy irányított gráf¹, melynek pontosan egy nyelője és minden további csomópontjának egyetlen követő csomópontja van. A gráf különböző szintjeinek csomópontjai megfelelnek az egyes gyártási szinteknek. Egy nyíl $\langle i, j \rangle$ melynek értéke a_{ij} azt mondja meg, hogy egy **egységnyi** (db, kg, m, stb.) „j” alkatrész előállításához a_{ij} mennyiség szükséges az „i” alkatrészből. Ezt az a_{ij} értéket általában input koefficiensnek nevezik, de hívják termelési koefficiensnek is. Az alábbi ábra két végtermék (T1, T2) összeállítási fa struktúráját tartalmazza, melyek A, B, C szerelvényekből, és a, b, c, d elemi alkatrészekből állnak. Ügyeljünk arra, ha egy nyíl $\langle i, j \rangle$ több összeállítási fában előfordul (példánkban az $\langle a, A \rangle$ és $\langle d, A \rangle$), akkor – természetesen – mindig ugyanazt az értéket kapja.

¹ Angol elnevezése directed graph, melyet magyarosítva digráf-nak is mondanak.

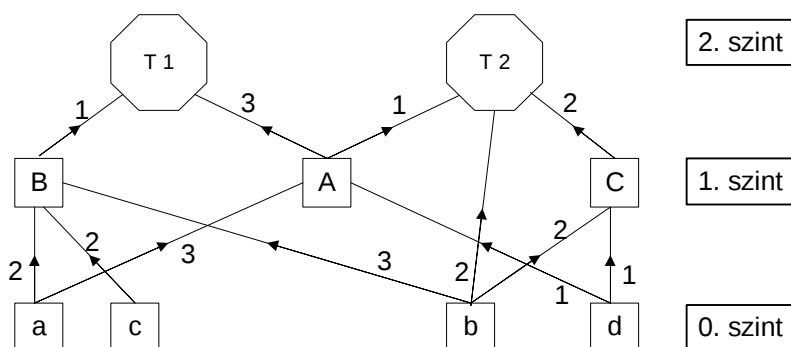


2. Ábra. Termékösszeállítási fa

Ez egy jól áttekinthető formája a termékek ábrázolásának, de a redundancia (ugyanazon elemek többszöri ábrázolása) miatt az informatikai kezelésük nem a leghatékonyabb.

5.2.2 Gozinto-gráf

Kompaktabb ábrázolást tesz lehetővé az ún. gozinto-gráf, melynek eredete egy szójátékból ered („the part that goes into her”). A nyilak pontosan ugyanazt jelentik, mint az előbb, de itt minden egyes alkatrész csak egyszer van feltüntetve. Így ugyan az áttekinthetőség romlik, de sok hibát kiküszöbölhetünk általa. Ha valamely részegységben az összetevőket megváltoztatjuk, pl. termékfejlesztés során, akkor ezt csak egyszer kell megtenni. Hagyományos összeállítási fa alkalmazása esetén az összes terméken illetve részegységen végig kell menni, és a módosítást minden olyan helyen végrehajtani, ahol az érintett (módosított) alkatrész előfordul.



3. Ábra. Gozinto-gráf

Ezek a gráfok a gépiparban ciklusmentesek, vegyipari alkalmazásoknál előfordulnak ciklusok (pl. finomítási eljárásoknál), amikor a végterméket, vagy egyes részterméket újra visszavezetnek ugyanabba a folyamatba.

5.2.3 Darabjegyzék

Az összeállítási fák az ipari gyakorlatban leggyakrabban darabjegyzék formájában állnak rendelkezésünkre. Ide tartoznak a receptúrák a vegyiparban, anyaglisták az építőiparban, összetevők a textiliparban stb. A darabjegyzék tartalmazza a **végtermék egy darabjának** elkészítéséhez szükséges összes részegység, alkatrész, alapanyag, stb. típusát, és az egyes típusból szükséges mennyiséget.

Leginkább az építőkocka elv szerinti felosztással lehet találkozni, mely önálló „dobozokban” foglalja össze az egyes elemek tartozékait, az ismétlődő egységeket természetesen csak egyszer kirészletezve. Az első ábrán látható termékek darabjegyzékét látjuk a 3. ábrán.

Termék 1		
<i>Jelölés</i>	<i>Alkatrésztípus</i>	<i>Mennyiség</i>
A	Szerelvény	3
B	Szerelvény	1
Termék 2		
<i>Jelölés</i>	<i>Alkatrésztípus</i>	<i>Mennyiség</i>
A	Szerelvény	1
C	Szerelvény	2
b	Elemi alkatrész	2
A szerelvény		
<i>Jelölés</i>	<i>Alkatrésztípus</i>	<i>Mennyiség</i>
a	Elemi alkatrész	3
d	Elemi alkatrész	1
B szerelvény		
<i>Jelölés</i>	<i>Alkatrésztípus</i>	<i>Mennyiség</i>
a	Elemi alkatrész	2
b	Elemi alkatrész	3
c	Elemi alkatrész	2
C szerelvény		
<i>Jelölés</i>	<i>Alkatrésztípus</i>	<i>Mennyiség</i>
b	Elemi alkatrész	2
d	Elemi alkatrész	1

4. Ábra. Darabjegyzék táblázatos formában

5.3 Bruttó igény meghatározása

Mihelyt összeállt, hogy a végtermék mely alkatrészekből épül fel és hány szerelési szinten keresztül, következik a bruttó igény meghatározása. Mindez független attól, hogy milyen formában adjuk meg, pl. összeállítási fa, gozinto-gráf, vagy darabjegyzék. Amennyiben számítógépes adatfeldolgozást végzünk egy egyszerű algoritmus segítségével kigyűjtjük, hogy egy adott termék előállításához a kérdéses alkatrészből összesen mennyit kell beszerezni, vagy legyártani. Ha ezt a teljes termékpalettára elvégezzük, akkor előáll az adott időszakban beszerezendő és gyártandó mennyiség mind a végtermékekből, mind pedig a különböző alkatrészekből, melyet egy mátrixban (táblázatban) foglalunk össze, és áttekintő mátrixnak hívjuk. Jellegét tekintve ez egy alsó háromszög mátrix, hiszen csak a főátló alatti elemek különböznek 0-tól.

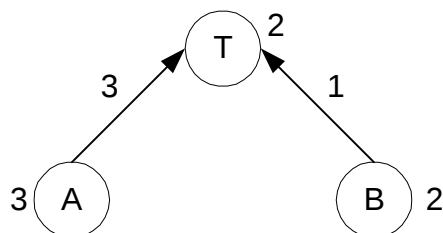
Szükséges hozzá Szükséges belőle	T1	T2	A	B	C	a	b	c	d
T1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	3	1	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	2	0	0	0	0	0	0	0
a	11	3	3	2	0	0	0	0	0
b	3	6	0	3	2	0	0	0	0
c	2	0	0	2	0	0	0	0	0
d	3	3	1	0	1	0	0	0	0

5. Ábra. Alkatrész áttekintő mátrix

Alapesetben az MRP modul nem tartalmaz kapacitástervezési részt. Az esetleg hiányzó kapacitást nagyobb átfutási idők megadásával lehet pótolni. Természetesen sok változata van egy ilyen rendszernek, a fejlettebb változatok (MRP II – Manufacturing Resource Planning) már azt is vizsgálják, hogy a kiszámított optimális gyártási tételek legyárthatók-e, rendelkezünk-e az ahhoz szükséges erőforrás mennyiséggel. Ha nem, akkor sajnos a számítást újra el kell végezni a módosított adatokkal, bár a megoldás kicsit „rosszabb” lesz, mint az eredeti optimális eredmény, de még mindig sokkal jobb, egy találmányra vagy ösztönösen kialakított tervnél. Az alábbi mintapéldában bemutatjuk az MRP rendszer működését.

5.4 Anyagszükséglet tervezési mintapélda

Az alábbi ábrán egy termék összeállítási gráfja látható.



6. Ábra Példa

Mint az ábrából kivehető, a „T” végtermék két alkatrészből – „A” és „B” jelű –, kerül összeszerelésre. Az „A” jelűből 3 darab szükséges, míg a „B” jelűből csak egy. A szükséges mennyiséget a nyilak melletti számok jelölik. Az „A” és „B” alkatrészek melletti számok az átfutási időket adják meg. Legyen a periódusidő egy hét, ebben az esetben az „A” alkatrész átfutási ideje három hét (3 egység), a „B” átfutási ideje két hét (két egység). Vagyis ha erre a hétre rendelkezésemre kell álljon az „A” alkatrész, akkor azt három héttel ezelőtt kell(ett volna) megrendelni, ill. ha most rendelem meg, akkor csak három hét múlva fog rendelkezésemre állni. Ez az idő „B” esetében csak két hét. Természetesen a „T” végterméknek is van átfutási ideje, ami esetünkben szintén két hét. Tegyük fel, hogy a „T” végtermék iránti igény ismert a 12-18 naptári heteken. Legyen a 12. héten (indulásnál) a raktárban 8 darab termék, illetve a 14 héten 4 db. (pl. visszamondott rendelésből).

Így ezeken a heteken a termék iránti nettó igény valójában csak $30-8=22$ a 12. héten, és $24-4=20$ a 14. héten. Az összes többi héten nincs a raktárban a „T” végtermékből egy darab sem. Mindezeket az alábbi táblázatban foglaltuk össze:

HÉT	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Primer igény („T” iránt)			30	16	24	14	22	15	13
Induló raktárkészlet („T” –ből)			8		4				
Nettó igény = gyártási tétele nagyság			22	16	20	14	22	15	13
Megrendelés	22	16	20	14	22	15	13		

Tegyük fel, hogy az átállási költségek a „T” végtermék esetén nem jelentősek így egy „tételt – tételre” termelési program megvalósítható, ami annyit tesz, hogy minden héten legyártjuk az akkor megrendelt, ill. gyártásba adott mennyiséget. A táblázatunk szerint tehát már a 10. héten el kell kezdenünk legyártani a 12. hétre esedékes 22 db. „T” végterméket, hiszen a gráfunkban azt láttuk, hogy az átfutási idő 2 hét. A 11. héten természetesen el kell kezdeni a 16 db. „T” végterméket, melyet a 13. héten kell kiszállítanunk, stb. Ezzel a

termelési program gyakorlatilag előállt. Mindez persze még csak az MRP rendszer bemenő adatállománya, hiszen itt semmi új információt nem használtunk fel. Vizsgáljuk most meg az „A” jelű alkatrészt. A „T” végtermékhez 3 db. „A” -ra van szükség, melynek átfutási ideje három hét. Legyen ebből is néhány darab a raktárban, mondjuk a 10. héten 12 darab, az összes többi héten a rendelkezésre álló raktárkészlet 0. A következő táblázatban az „A” alkatrész iránti igények láthatóak az egyes heteken.

„A” alkatrész iránti igény

HÉT	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Bruttó igény („A” iránt, a „T” iránti igényből számítva)				66	48	60	42	66	45	39
Induló raktárkészlet („A” –ból)				12						
Nettó igény („A” –ból)				54	48	60	42	66	45	39
Gyártási tétel nagyság („A” –ból)										
Aktuális raktárkészlet („A” –ból)										
Gyártási feladat („A” –ból)										

A táblázat egyetlen sora érdemel részletesebb magyarázatot, mégpedig a gyártási tétel nagyság meghatározása. Erre különböző algoritmusok használhatók, az EOQ modelltől kezdve a heurisztikus, valamint dinamikus programozási modellekig.

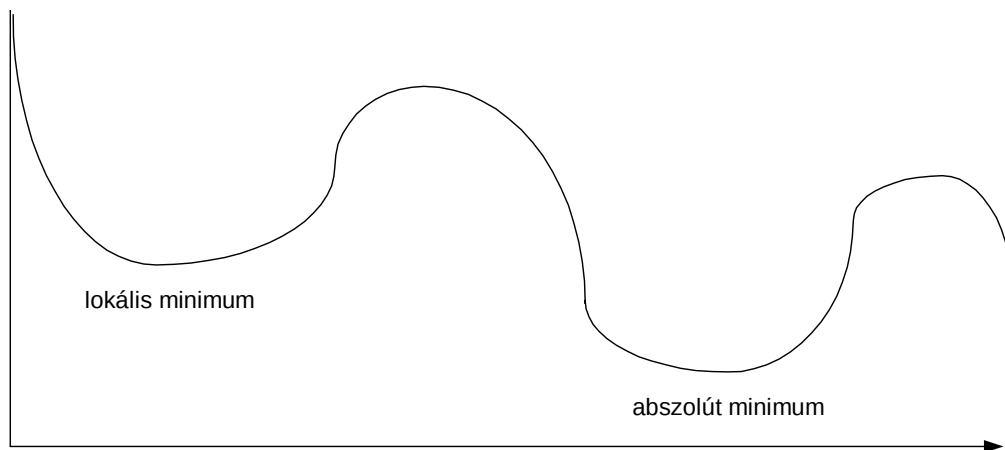
A gyártási illetve rendelési tétel nagyság meghatározásának két kulcseleme van. Az egyik az átállási költség, melyet **A**-val jelöltünk, és ami azt fejezte ki, hogy ha a gyártósort le kell állítani és egy másik termék gyártására át kell állítani, akkor az mindösszesen mennyibe is kerül a vállalatnak. A másik fontos tétel pedig, hogy a legyártott, de még fel nem használt alkatrész vagy végtermék tárolása a forgóeszközeink lekötésén keresztül jelentős pénzüsszeget emészt fel. Mindez elég egyszerűnek tűnik, azonban mindkét jellemző másképpen reagál a mennyiség változtatására, pl. növelésére. Az átállási költség fajlagosan (egy darabra vetítve) exponenciálisan csökken, minél nagyobb mennyiséget gyártunk le egyetlen átállás során, míg a készletezési költségek lineárisan nőnek, ha növeljük a gyártott darabszámot. Eme két ellentétes irányban változó költségek között van egy egyensúlyi pont, azaz egy adott darabszámnál a kétfajta költség megegyezik.

1. Amennyiben az igény egyenletes, és nem változik a tervezési időszak alatt, akkor használhatjuk az EOQ formulát, melyet pont erre az esetre vezettünk le. Alkalmazhatjuk

akkor is, ha az egyes periódusokban felmerülő igények között nincs túl nagy különbség, és így egy egyenletesen eloszló átlagos igénnyel számolhatunk.

2. Ha az igény a tervezési időszak alatt periódusról periódusra (hétről – hétre) jelentősen változik, akkor egy dinamikus optimalizálási feladatot kell megoldanunk. Feladatunk, az egyes periódusok igényét úgy csoportosítani (összevonni), hogy a **tervezési időszakra** (nem egy évre) számított összes költség minimális legyen.
3. Amennyiben az átállási költségek elhanyagolhatóak, pl. rendkívül rövid az átállási idő (néhány perc), akkor a tételt – tételre gyártás is választható. Ez annyit jelent, hogy minden periódusban az adott igénynek megfelelő mennyiséget legyártjuk, majd átállítjuk a berendezéseinket más alkatrészek gyártására. A következő periódusban azután megint átállunk erre a termékre, legyártjuk az ebben a periódusban szükséges mennyiséget, majd megint átállunk valami másra, stb. Ebben az esetben a gyártási tétel nagyság megegyezik az adott periódusban felmerült igénnyel, azaz $Q_i = D_i$.

Mindezen lehetőségek közül a 2. a legizgalmasabb. A dinamikus optimalizálás a készletgazdálkodásban a Wagner – Whitin algoritmus segítségével történik. Ez bár nem túl nehéz, mégsem örvend népszerűségnek, mert több periódust átfogó tervezési időszak esetén csak számítógéppel oldható meg. Ugyanis az egyes periódusban gyártandó mennyiségeket sokféleképpen lehet kombinálni. Ez egy kombinatorikai feladat, ahol a variációk száma egyre nő, ahogy egyre több periódust tartalmaz a tervezési időszakunk. Néha, ha gyorsan akarunk egy elfogadható eredményt, megelégszünk valamilyen heurisztikus eljárás alkalmazásával, melyet papíron vagy akár fejben is gyorsan ki tudunk számítani. Ezen eljárások hibája, hogy nem abszolút, hanem csak relatív optimumot ad, melyet az alábbi ábra szemléltet. Itt optimumnak a teljes költség függvényének minimumát értjük. A 6. ábrán látható költségfüggvényen ha különböző modellekkel végigmegyünk, akkor a heurisztikus algoritmusok megállnak az első minimumhelynél, míg az optimális megoldást nyújtók egy kétlépcsős eljárás során először meghatározzák az összes lokális minimumhelyet, majd újra végigmenve a „rész” megoldásokon kiválasztják az abszolút optimumot. Természetesen a heurisztikus megoldások sokkal hamarabb eljutnak egy kellően jó megoldásig, míg az abszolút optimumot szállító algoritmusok – bár megoldhatók – de a megoldás esetenként akár néhány évszázadnyi számítást igényelne.



7. Ábra. Lokális és abszolút minimumhely.

Az egyszerűség kedvéért legyen az átállási költség (az EOQ modellben rendelési költségként is használatos, jele **A**) 400 Ft, és a raktározási költség hetente és darabonként 2 Ft ($v \cdot r = 2$ Ft/db./hét). Határozzuk meg a gyártási téte nagyságot.

5.4.1 Tételt tételre politika

Mint már említettük, a „tételt – tételre” gyártás, vagy rendelés azt jelenti, hogy minden periódusban legyártjuk, ill. megrendeljük az adott periódus igényét. Ez egyben azt is jelenti, hogy semmilyen számításra nincs szükségünk. Készletezési költségeink nem lesznek, hiszen minden periódusban elfogy az akkor rendelt mennyiség. Természetesen ennek a készletezési politikának is van költsége, mégpedig minden egyes periódusban ki kell fizetnünk a rendelési költséget (beszerzés esetén) ill. viselnünk kell az átállási költséget (gyártás esetén).

„A” alkatrész iránti igény

HÉT	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Bruttó igény („A” iránt, a „T” iránti igényből számítva)				66	48	60	42	66	45	39
Induló raktárkészlet („A” –ból)				12						
Nettó igény („A” –ból)				54	48	60	42	66	45	39
Gyártási téte nagyság („A” –ból)				54	48	60	42	66	45	39
Aktuális raktárkészlet („A” –ból)				0	0	0	0	0	0	0
Gyártási feladat („A” –ból)	54	48	60	42	66	45	39			

A **gyártási téte nagyság** meghatározása tehát semmilyen számítást nem igényel. A **gyártási feladat** (a táblázat utolsó sora) figyelembe veszi a 3 hétnyi időbeli előrehozás szükségességét, de természetesen a már korábban kiszámított mennyiségeken nem változtat.

Számítsuk ki az összes költséget: összesen hét alkalommal rendelünk, egy rendelés 400 Ft., így $7 \cdot 400$ Ft. azaz 2800 Ft. lesz a 7 periódusra számított teljes költség.

5.4.2 Rendelési tétel nagyság az EOQ modell alapján

Amennyiben az egyes periódusok igénye nem mutat jelentős ingadozást, akkor az egyes periódusok igényét „helyettesíthetjük” az átlagos igénnyel, melyet az alábbi módon határozhatunk meg:

$$D_{\text{átlag}} = \frac{54 + 48 + 60 + 42 + 66 + 45 + 39}{7} \cdot 52 = 2629,7 \approx 2630 \text{ db.}$$

erre az éves igényre alkalmazva az EOQ formulát:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2 \cdot A \cdot D}{v \cdot r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 400 \cdot 2630}{2 \cdot 52}} = 142,2 \approx 143 \text{ db}$$

A rendelési gyakoriság:

$$T = \frac{EOQ}{D} = \frac{143}{51} = 2,8 \text{ hét}$$

Az átlagos rendelési időköz nem egészen 3 hét. Természetesen, ha a tényleges igényekkel összevetjük az így kapott végeredményt, akkor kiderül, hogy mivel az igény az egyes periódusokban elég jelentősen változik, az optimális megoldáshoz képest némi módosításokat kell végrehajtanunk. Így pl. a negyedik periódus helyett már a harmadikban rendelni kell, ami megdobja a készletezési költségeket. Ráadásul az egész évi átlagigény alapján végzett számítás miatt a 7. periódus végén jelentős készletünk marad.

„A” alkatrész iránti igény

HÉT	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Bruttó igény („A” iránt, a „T” iránti igényből számítva)				66	48	60	42	66	45	39
Induló raktárkészlet („A” –ból)				12						
Nettó igény („A” –ból)				54	48	60	42	66	45	39
Gyártási tétel nagyság („A” –ból)				143	0	143	0	0	143	0
Aktuális raktárkészlet („A” –ból)				89	41	124	82	16	114	75
Gyártási feladat („A” –ból)	143	0	143	0	0	143	0			

Számítsuk ki az összes költséget, ami a rendelési és készlet tartási költségek összege:

$$TK(EOQ) = 3 \cdot 400 + (89 + 41 + 124 + 82 + 16 + 114 + 75) \cdot 2 = 1.200 + 1.082 = 2.282 \text{ Ft.}$$

5.4.3 Rendelési tétel nagyság a legkisebb összes költség alapján

A legkisebb összes költség azon az egyszerű felismerésen alapul, hogy amennyiben az átállási költség nem elhanyagolható, akkor célszerűbb az átállás után több periódus igényét egy sorozatban legyártani. Vagyis a tételt – tételre politika lesz az etalon, mint legdrágább módszer, és vizsgáljuk, hogy ehhez képest a tételek összevonása mennyi megtakarítást eredményez. Mindaddig, amíg az összevonás révén az összes költség csökken, addig célszerű a tételeket összevonni. Mihelyt ez a sorozat megfordul, és az összes költség növekedni kezd, az azt jelenti, hogy azt a legutolsó tételt már nem érdemes az eddigiekhez hozzácsapni, érdemesebb abban a periódusban újra kezdeni a gyártást. Mintapéldánk esetén egy segéd táblázatban összefoglaljuk a költségek alakulását.

Periódus	Rendelt mennyiség	Készlet tart. Ktg.	Rendelési ktg.	Különbség
10	54	0	400	400
10-11	102	96 (= 48*2)	400	304
10-12	162	240 (= 2*2*60)	400	160
10-13	204	252 (= 2*3*42)	400	148
10-14	270	528 (= 2*4*66)	400	-128
10-15	315	450 (= 2*5*45)	400	-50
10-16	354	468 (= 2*6*39)	400	-68
14	66	0	400	400
14-15	111	90	400	310
14-16	150	156	400	244

Tehát a legkisebb összes költség alapján az alábbi végeredményre jutunk:

Mindössze két alkalommal indítjuk a gyártást. Az 10. periódusban legyártjuk az 10-13 periódus igényét, míg az 14. periódusban legyártjuk az 14-16 periódus igényét. E politika összes költségét az alábbi táblázatban foglaltuk össze:

Periódus	Nettó igény	Tervezett rendelés	Záró készlet	Készlet tartási ktg.	Rendelési ktg.	Összes ktg.
10	54	204	150	300	400	700
11	48	0	102	204	0	904
12	60	0	42	84	0	988
13	42	0	0	0	0	988
14	66	150	84	168	400	1556
15	45	0	39	78	0	1634
16	39	0	0	0	0	1634

Az összes költség tehát:

$$TK_{(\text{legkisebb összes ktg.})} = 400 + 2 \cdot (48 + 60 + 42) + 2 \cdot (60 + 42) + 2 \cdot 42 + 400 + 2 \cdot (45 + 39) + 2 \cdot 39 = 1.634 \text{ Ft.}$$

Ezt egyébként közvetlenül kiolvashatjuk a táblázatunk utolsó sorából is. Természetesen ezek után a tényleges gyártást 3 héttel előre kell hozni, így valójában a 7. és a 11. héten fogjuk legyártani a szükséges mennyiségeket.

5.4.4 Rendelési tételek nagyság a legkisebb átlagköltség (egységköltség) alapján

Ez is egy heurisztikus algoritmus (Silver – Meal – heurisztika), mely szintén nem biztos, hogy abszolút optimumot ad, de mindenképpen egy jó megoldást eredményez. Az elv hasonló, mint az előző pontban volt, némi módosítással. Ha egyszer átállítottuk a gyártó sorokat, akkor érdemes az egyes periódusok igényét összevonni mindaddig, amíg az egy periódusra eső átlagos költség csökken. Vagyis megnézzük, hogy ha az 1. periódusban gyártjuk le az 1-2 periódus igényét, akkor ennek költsége, ami az egyszeri átállítás + a második periódus igényének egy periódusnyi készletezési költsége 2 periódusra oszlik el. Ha az 1. periódusban gyártjuk le az 1-3 periódus igényét, akkor ennek összes költsége (átállítás + készletezés) már 3 periódusra oszlik el, stb.

HÉT	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Nettó igény („A”-ból)				54	48	60	42	66	45	39

Az előbbieket alapján:

$K_{10,11} = K_{10,10} + v \cdot r \cdot D_{11} = 400 + 2 \cdot 48 = 496$ mivel ez két hét költsége, ebből számítsuk ki a heti átlagköltséget: $\frac{K_{10,11}}{2} = 248$ Ft. Ha hozzáveszünk még egyheti mennyiséget, vagyis szintén a 10. héten kezdünk a 12. heti mennyiség legyártását, akkor az átlagköltségünk az alábbiak szerint változna: $K_{10,12} = K_{10,11} + 2 \cdot v \cdot r \cdot D_{12} = 496 + 2 \cdot 2 \cdot 60 = 736$ mivel ez három hét költsége (10, 11, 12. hét), ebből számítsuk ki a heti átlagköltséget:

$$\frac{K_{10,12}}{3} = 245,3 \text{ Ft.}$$

Vagyis az átlagköltség tovább csökkent, azaz érdemes egyszerre három hét mennyiségét legyártani. Nézzük meg, hogy jobban járunk-e, ha a negyedik hét (13. hét) igényét is hozzácsapjuk és a 10. héten még a 13. heti mennyiséget is legyártjuk. $K_{10,13} = K_{10,12} + 3 \cdot v \cdot r \cdot D_{13} = 736 + 3 \cdot 2 \cdot 42 = 988$ mivel ez most már négy hét költsége (10, 11, 12, 13. hét),

ebből számítsuk ki a heti átlagköltséget: $\frac{K_{10,13}}{4} = 247$ Ft. Látjuk, hogy $\frac{K_{10,13}}{4} > \frac{K_{10,12}}{3}$, vagyis a négy hétre számított átlagköltség nagyobb, mint a három hétre számított, ezért az algoritmus

megszakad. Eredményül azt kapjuk, hogy az a legjobb, ha három hét igényét vonjuk össze, és ezt egyszerre gyártjuk le. Innen a gyártási tétel nagyság azonnal számítható, hiszen $Q_{10} = D_{10} + D_{11} + D_{12} = 54 + 48 + 60 = 162$, amint azt a táblázatban is látjuk.

Mindezek alapján a következő tétel nagyság az alábbiak szerint számítható: Az algoritmus a 13. heti mennyiséggel indul újra, természetesen a 13. héten. Akkor kell újfent állítani a gépeket. $K_{13,13} = A = 400$ Ft.

$K_{13,14} = K_{13,13} + v \cdot r \cdot D_{14} = 400 + 2 \cdot 66 = 532$ mivel ez két hét költsége, ebből számítsuk ki a heti átlagköltséget: $\frac{K_{13,14}}{2} = 266$ Ft. Ha hozzáveszünk még egyheti

mennyiséget, vagyis szintén a 13. héten kezdenénk a 15. heti mennyiség legyártását, akkor az átlagköltségünk az alábbiak szerint változna: $K_{13,15} = K_{13,14} + 2 \cdot v \cdot r \cdot D_{15} = 532 + 2 \cdot 2 \cdot 45 = 712$ mivel ez három hét költsége (13, 14, 15. hét), ebből számítsuk ki a heti átlagköltséget:

$\frac{K_{13,15}}{3} = 237,3$ Ft. Vagyis az átlagköltség tovább csökkent, azaz érdemes egyszerre három hét

mennyiségét legyártani. Nézzük meg, hogy jobban járunk-e, ha a negyedik hét (16. hét) igényét is hozzácsapjuk és a 13. héten még a 16. heti mennyiséget is legyártjuk. $K_{13,16} = K_{13,15} + 3 \cdot v \cdot r \cdot D_{16} = 712 + 3 \cdot 2 \cdot 39 = 946$ mivel ez most már négy hét költsége (13, 14, 15, 16. hét),

ebből számítsuk ki a heti átlagköltséget: $\frac{K_{13,16}}{4} = 236,5$ Ft. Látjuk, hogy $\frac{K_{13,16}}{4} < \frac{K_{13,15}}{3}$,

vagyis a négy hétre számított átlagköltség kisebb, mint a három hétre számított, ezért az algoritmus folytatódik. Mivel nincs tovább adatunk, ezért az algoritmus megáll. Eredményül azt kapjuk, hogy az a legjobb, ha négy hét igényét vonjuk össze, és ezt egyszerre gyártjuk le. Innen a gyártási tétel nagyság azonnal számítható, hiszen $Q_{13} = D_{13} + D_{14} + D_{15} + D_{16} = 42 + 66 + 45 + 39 = 192$, amint azt a táblázatban is látjuk.

Már csak arra kell figyelni, hogy az „A” alkatrész átfutási ideje három hét, ezért a gyártást ténylegesen a 7. héten kell elkezdeni, hogy a tizedik hétre már rendelkezésre álljon a szükséges mennyiség.

Az adatokat az alábbi táblázatban látjuk:

Periódus	Rendelt mennyiség	Készletart. Ktg.	Rendelési ktg.	Összes ktg.	Átlagktg.
10	54	0	400	400	400
10-11	102	96	0	496	248
10-12	162	240	0	736	245,3
10-13	204	252	0	988	247
13	42	0	400	400	400
13-14	108	132	0	532	266
13-15	153	312	0	712	237,3
13-16	192	546	0	946	236,5

A végeredmény az alábbi táblázatban található.

„A” alkatrész iránti igény

HÉT	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Bruttó igény („A” iránt, a „T” iránti igényből számítva)				66	48	60	42	66	45	39
Induló raktárkészlet („A” –ból)				12						
Nettó igény („A” –ból)				54	48	60	42	66	45	39
Gyártási tétel nagyság („A” –ból)				162	0	0	192	0	0	0
Aktuális raktárkészlet („A” –ból)				108	60	0	150	84	39	0
Gyártási feladat („A” –ból)	162	0	0	192	0	0	0			

Az időbeli eltolás miatt a tényleges gyártás most a 7. és a 10. héten lesz.

E gyártási politika összes költsége:

TK(legkisebb átlag ktg.)=

$$400+2\cdot(48+60)+2\cdot60+400+2\cdot(66+45+39)+2\cdot(45+39)+2\cdot39=1.682 \text{ Ft.}$$

5.4.5 Dinamikus programozás, a Wagner – Whitin modell

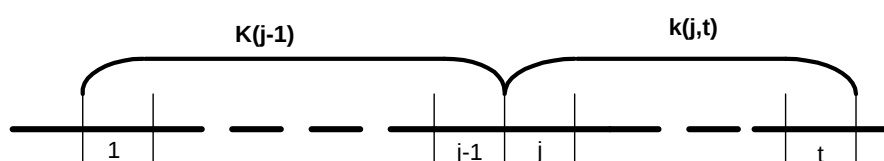
Mint már említettük, amennyiben az igény az egyes periódusokban jelentősen ingadozik (mint a mi mintapéldánkban) akkor az EOQ modell már nem használható igazán. Természetesen mint nagyvonalú becslés jó, de pontos eredményt nem fog adni. A dinamikus programozás elvi megoldásának² ismertetésétől eltekintünk, ennek egy speciális tulajdonságát használja ki az algoritmusunk, melyet Wagner – Whitin kritériumnak is neveznek. Ez azt mondja, hogy egy periódusban kétféle dolog történhet.

1. Ha a vizsgált időszakban gyártunk, akkor az ezt megelőző periódus végére a raktár kiürül, vagyis a készlet 0, azaz $X_t \neq 0$ és $I_{t-1} = 0$.
2. Ha a vizsgált időszak végén van raktárkészlet, akkor a következő periódusban nem gyártunk, azaz $I_{t-1} \neq 0$ és $X_t = 0$.

² Bellmann féle függvényegyenlet néven található meg a szakirodalomban

Ebből következően az optimális megoldásra mindig igaz lesz az alábbi feltétel: $I_t \cdot X_t = 0$, hiszen a szorzatban vagy az egyik, vagy a másik tényező nulla. Ez a Wagner – Whitin kritérium. Ez egyben azt is jelenti, hogy mindig egész számú periódus igényét vonjuk össze egy gyártási tételbe, vagyis olyan megoldás biztos nem optimális, ha pl. a 4. hét igényének egy részét legyártjuk a 3. héten, majd a maradékot a 4.-ben. Ha egyszer a 4.-ben újraindulunk a gyártással, akkor egyszerűbb a teljes mennyiséget a 4.-ben legyártani.

Az algoritmus menete a következő ábrán figyelhető meg:



Vegyük a mintapéldánkat, melyben 7 periódusra kell az optimális rendelési tétel nagyságokat meghatározni. Jelöljük „j”-vel azt az időszakot, melyben utoljára gyártunk. Ez azt jelenti, hogy a „j” időszakban fogjuk legyártani a $j, j+1, j+2, \dots, t$ periódusok igényét. Így a raktárkészlet a következők szerint alakul majd:

$$I_j = D_{j+1} + D_{j+2} + D_{j+3} + \dots + D_t = \sum_{w=j+1}^t D_w.$$

Ennek megfelelően a raktárkészlet költsége az alábbiak szerint számítható:

$$k(j,t) = i_j \cdot (D_{j+1} + D_{j+2} + \dots + D_t) + i_{j+1} \cdot (D_{j+2} + D_{j+3} + \dots + D_t) + \dots + i_{t-1} \cdot D_t = \sum_{v=j}^{t-1} i_v \cdot \sum_{w=v+1}^t D_w.$$

Amennyiben az optimális megoldás szerint az a legjobb, ha a „j”-ik periódusban gyártunk utoljára [az ábrán $k(j,t)$], akkor az ezt megelőző periódusok összes költsége is optimális kell legyen. Még nem tudjuk, hogy a „j”-ik periódus előtt mikor és mennyit gyártunk, de bármi jött is ki, az biztosan jó [az ábrán $K(j-1)$ el jelölve]. Ugyanezt a gondolatmenetet folytathatjuk tovább visszafelé. Az összes költség az alábbi lesz:

$$TK(1-t) = K(j-1) + A_j + k(j,t).$$

Az optimális megoldást úgy fogjuk megkapni, hogy fokozatosan növeljük a tervezési időszakok számát 1-től, t-ig. Ez egyben azt is jelenti, hogy nem egyetlen feladatot, hanem „t” számú részfeladatot kell megoldanunk, bár a 2. feladatban benn van az 1. feladat is, a harmadikban a 2. megoldása is, stb. A számítás általános algoritmus a következő:

$$K(t) = \min_{1 \leq j \leq t} \left\{ K(j-1) + \left(A_j + \sum_{v=j}^{t-1} i_v \cdot \sum_{w=v+1}^t D_w \right) \right\} = \min_{1 \leq j \leq t} \{ K(j-1) + A_j + k(j,t) \}.$$

Az algoritmus két számítással jár:

1. Először végigmenve az 1. héttől a 7. hétig, kiválasztjuk, hogy mely periódusokban célszerű gyártani és melyekben nem.
2. Másodszor a 7. héttől kezdve visszafelé az 1. hétig kiválasztjuk azokat a periódusokat melyekben gyártanunk kell ahhoz, hogy a legalacsonyabb összes költséget érjük el.

A sorozat indításának költsége (átállási költség): $A = 400$ Ft.

A készletezési költség: $v \cdot r = 2$ Ft./db./hét.

Két futó indexet fogunk használni, „t”-vel jelöljük a tervezési időszakot, míg „j”-vel azt, amelyikben utoljára gyártunk. Minden periódusban vastaggal jelöljük az addigi legalacsonyabb összes költséget jelentő politikát.

$$t=10, j=10 \quad K(10)=A= 400 \text{ Ft.}$$

$$t=11, j=10 \quad K(11)=A+vrD_{11} = 400+2 \cdot 48 = 496 \text{ Ft.}$$

$$t=11, j=11 \quad K(11)=K(10)+A = 400+400 = 800 \text{ Ft.}$$

$$t=12, j=10 \quad K(12)=A+vr(D_{11}+D_{12})+vrD_{12} = 400+2 \cdot (48+60)+2 \cdot 60 = 400+216+120 = 736 \text{ Ft.}$$

$$t=12, j=11 \quad K(12)=K(10)+A+vrD_{12} = 400+400+2 \cdot 60 = 400+400+120 = 920 \text{ Ft.}$$

$$t=12, j=12 \quad K(12)=K(11)+A = 496+400 = 496+400 = 896 \text{ Ft.}$$

$$t=13, j=10 \quad K(13)=A+vr(D_{11}+D_{12}+D_{13})+vr(D_{12}+D_{13})+vrD_{13} = 400+2 \cdot (48+60+42)+2 \cdot (60+42)+2 \cdot 42 = 400+300+204+84 = 988 \text{ Ft.}$$

$$t=13, j=11 \quad K(13)=K(10)+A+vr(D_{12}+D_{13})+vrD_{13} = 400+400+2 \cdot (60+42)+2 \cdot 42 = 400+400+204+84 = 1088 \text{ Ft.}$$

$$t=13, j=12 \quad K(13)=K(11)+A+vrD_{13} = 496+400+2 \cdot 42 = 496+400+84 = 980 \text{ Ft.}$$

$$t=13, j=13 \quad K(13)=K(12)+A = 736+400 = 1136 \text{ Ft.}$$

$$t=14, j=10 \quad K(14)=A+vr(D_{11}+D_{12}+D_{13}+D_{14})+vr(D_{12}+D_{13}+D_{14})+vr(D_{13}+D_{14})+vrD_{14} = 400+2 \cdot (48+60+42+66)+2 \cdot (60+42+66)+2 \cdot (42+66)+2 \cdot 66 = 400+432+336+216+132 = 1516 \text{ Ft.}$$

$$t=14, j=11 \quad K(14)=K(10)+A+vr(D_{12}+D_{13}+D_{14})+vr(D_{13}+D_{14})+vrD_{14} = 400+400+2 \cdot (60+42+66)+2 \cdot (42+66)+2 \cdot 66 = 400+400+336+216+132 = 1484 \text{ Ft.}$$

$$t=14, j=12 \quad K(14)=K(11)+A+vr(D_{13}+D_{14})+vrD_{14} = 496+400+2 \cdot (42+66)+2 \cdot 66 = 496+400+216+132 = 1244 \text{ Ft.}$$

$$t=14, j=13 \quad K(14)=K(12)+A+vrD_{14} = 736+400+2 \cdot 66 = 736+400+132 = 1268 \text{ Ft.}$$

$$t=14, j=14 \quad K(14)=K(13)+A = 980+400 = 1380 \text{ Ft.}$$

$$t=15, j=10 \quad K(15)=A+ \text{vr}(D_{11}+ D_{12}+D_{13}+D_{14}+D_{15}) + \text{vr}(D_{12}+D_{13}+D_{14}+D_{15}) + \text{vr}(D_{13}+D_{14}+D_{15}) + \text{vr}(D_{14}+D_{15}) + \text{vr}D_{15} = 400+2*(48+60+42+66+45)+2*(60+42+66+45)+2*(42+66+45) + 2*(66+45) + 2*45 = 400+522+426+306+222+90 = 1966 \text{ Ft.}$$

$$t=15, j=11 \quad K(15)=K(10)+A + \text{vr}(D_{12}+D_{13}+D_{14}+D_{15}) + \text{vr}(D_{13}+ D_{14}+D_{15}) + \text{vr}(D_{14}+D_{15}) + \text{vr}D_{15} = 400+400+2*(60+42+66+45) + 2*(42+66+45) + 2*(66+45) + 2*45 = 400+400+426+306+222+90 = 1844 \text{ Ft.}$$

$$t=15, j=12 \quad K(15)=K(11)+A + \text{vr}(D_{13}+ D_{14}+D_{15}) + \text{vr}(D_{14}+D_{15}) + \text{vr}D_{15} = 496+400+2*(42+66+45) + 2*(66+45) + 2*45 = 496+400+306+222+90 = 1514 \text{ Ft.}$$

$$t=15, j=13 \quad K(15)=K(12)+A + \text{vr}(D_{14}+D_{15}) + \text{vr}D_{15} = 736+400+2*(66+45) + 2*45 = 736+400+222+90 = \mathbf{1448} \text{ Ft.}$$

$$t=15, j=14 \quad K(15)=K(13)+A + \text{vr}D_{15} = 980+400+2*45 = 980+400+90 = 1470 \text{ Ft.}$$

$$t=15, j=15 \quad K(15)=K(14)+A = 1244+400 = 1644 \text{ Ft.}$$

$$t=16, j=10 \quad K(16)=A+ \text{vr}(D_{11}+ D_{12}+D_{13}+D_{14}+D_{15}+D_{16}) + \text{vr}(D_{12}+D_{13}+D_{14}+D_{15}+D_{16}) + \text{vr}(D_{13}+D_{14}+D_{15}+D_{16}) + \text{vr}(D_{14}+D_{15}+D_{16}) + \text{vr}(D_{15}+D_{16}) + \text{vr}D_{16} = 400+2*(48+60+42+66+45+39)+2*(60+42+66+45+39) + 2*(42+66+45+39) + 2*(66+45+39) + 2*(45+39) + 2*39 = 400+600+504+384+300+168+78 = 2434 \text{ Ft.}$$

$$t=16, j=11 \quad K(16)=K(10)+A+ \text{vr}(D_{12}+D_{13}+D_{14}+D_{15}+D_{16}) + \text{vr}(D_{13}+D_{14}+D_{15}+D_{16}) + \text{vr}(D_{14}+D_{15}+D_{16}) + \text{vr}(D_{15}+D_{16}) + \text{vr} D_{16} = 400+400+2*(60+42+66+45+39) + 2*(42+66+45+39) + 2*(66+45+39) + 2*(45+39) + 2*39 = 400+400+504+384+300+168+78 = 2234 \text{ Ft.}$$

$$t=16, j=12 \quad K(16)=K(11)+A+ \text{vr}(D_{13}+D_{14}+D_{15}+D_{16}) + \text{vr}(D_{14}+D_{15}+D_{16}) + \text{vr}(D_{15}+D_{16}) + \text{vr}D_{16} = 496+400+2*(42+66+45+39) + 2*(66+45+39) + 2*(45+39) + 2*39 = 496+400+384+300+168+78 = 1826 \text{ Ft.}$$

$$t=16, j=13 \quad K(16)=K(12)+A+ \text{vr}(D_{14}+D_{15}+D_{16}) + \text{vr}(D_{15}+D_{16}) + \text{vr}D_{16} = 736+400+2*(66+45+39) + 2*(45+39) + 2*39 = 736+400+300+168+78 = 1682 \text{ Ft.}$$

$$t=16, j=14 \quad K(16)=K(13)+A+ \text{vr}(D_{15}+D_{16}) + \text{vr}D_{16} = 980+400+2*(45+39) + 2*39 = 980+400+168+78 = \mathbf{1626} \text{ Ft.}$$

$$t=16, j=15 \quad K(16)=K(14)+A+ \text{vr}D_{16} = 1244+400+ 2*39 = 1244+400+78 = 1722 \text{ Ft.}$$

$$t=16, j=16 \quad K(16)=K(15)+A = 1448+400 = 1448+400 = 1848 \text{ Ft.}$$

Előrefelé történő számítás során meghatároztuk a minimumhelyeket. Visszafelé történő számításnál ezekből kiválasztjuk azokat, melyek a legalacsonyabb összes költséget eredményezik erre a hét periódusra.

A $t=16, j=14$ azt jelenti, hogy a 16. héten fellépő igényt a 14. héten kell legyártani. Ha viszont az 14. héten elindul a gyártás, akkor a Wagner – Whittin kritériumnak megfelelően a 14. héten legyártjuk az 14. a 15. és a 16. hét igényeit is, vagyis $Q_{14}=D_{14}+D_{15}+D_{16}$.

Ugorjunk vissza ezután a 13. hétre (hiszen 14-16-ig már készen vagyunk), és nézzük meg, ott mi lesz az optimális eredmény. Azt találjuk, hogy $t=13, j=12$, ami azt jelenti, hogy a 13. hét igényét a 12. héten kell legyártani, mert az a legolcsóbb, így $Q_{12}=D_{12}+D_{13}$.

Végezetül nézzük meg a 11. hetet, ahol azt találjuk, hogy $t=11$ és $j=10$, ami szerint a 11. hét igényét a 10. héten kell legyártani, eszerint $Q_{10}=D_{10}+D_{11}$.

Ezek alapján összeállt a végleges gyártási program, mely a már ismert táblázatban látható. A termelési program összes költsége a $t=16, j=14$ sorban található (hiszen ez átfogja a teljes tervezési időszakot) és összesen 1626 Ft. Természetesen a kiszámított optimális mennyiségeket itt se felejtjük el 3 héttel előrébb hozni, így a tényleges termelés a 7. a 9. és a 11. héten lesz.

HÉT	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Bruttó igény („A” iránt, a „T” iránti igényből számítva)				66	48	60	42	66	45	39
Induló raktárkészlet („A” –ból)				12						
Nettó igény („A” –ból)				54	48	60	42	66	45	39
Gyártási tétel nagyság („A” –ból)				102	0	102	0	150	0	0
Aktuális raktárkészlet („A” –ból)				48	0	42	0	84	39	0
Gyártási feladat („A” –ból)	102	0	102	0	150	0	0			

Hasonlítsuk össze a különböző algoritmusokkal meghatározott termelési programok összes költségét.

Időszak	Gyártási tétel nagyság Q_i				
	Tételt - tételre	EOQ	Legkisebb összes ktg.	Legkisebb átlag ktg.	Wagner – Whitin algoritmus
10. hét	54	143	204	162	102
11. hét	48	0	0	0	0
12. hét	60	143	0	0	102
13. hét	42	0	0	192	0
14. hét	66	0	150	0	150
15. hét	45	143	0	0	0
16. hét	39	0	0	0	0
Összes ktg.	2.800 Ft.	2.282 Ft.	1.634 Ft.	1.682 Ft.	1.626 Ft.

Látjuk, hogy mindegyik algoritmus más eredményt adott, mely nem is csoda, hiszen erre a feladatra csak a Wagner – Whitin algoritmus alkalmazható helyesen, a többi csak közelítő megoldásnak tekinthető.

Ugyanezen gondolatmenetek alapján végezhető el a „B” alkatrészre vonatkozó termelési program meghatározása.

6 Gyártásütemezés

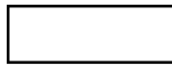
7 Hálótervezés - Terv feladatok ütemezése

Munkánk során általában vagy ismétlődő, rutinfeladatokat oldunk meg, vagy egyedi tervfeladatokat. A *rutinfeladatok* időt és/vagy munkaerőt igényelnek és ismétlődően visszatérnek, megoldásukra a hálótervezés módszerét általában nem alkalmazzuk.

Egy egyedi *tervfeladat* valamely pontosan meghatározott cél eléréséhez időt és/vagy munkaerőt igényel, rendszerint nem ismétlődik és meghatározható kezdési és befejezési időpontja van. A hálótervezési technikát egyedi tervfeladatok tervezésére, ellenőrzésére és irányítására alkalmazzuk. Egy tervfeladat több munkaszakaszból, munkafolyamatból áll, amelyeket tevékenységeknek nevezünk.. A *tevékenység* a tervfeladat része, melynek végrehajtásához idő és/vagy munkaerő szükséges, hogy egy pontosan meghatározott célt elérjünk. A tevékenység általában nem ismétlődik és meghatározható kezdési és befejezési időpontja van.

A hálótervben a tevékenységet négyzetekkel és vonalszakasszal jelöljük, ahol az első szakasz a tevékenység kezdőeseményét, az összekötő vonal a munkafolyamat végzését, a második négyzet a munkafolyamat záróeseményét jelöli.

A tevékenység ábrázolása a hálótervben:



8. ábra

A *tevékenységnyíl* mindig valamely megelőző munkafolyamat záróeseményéből indul ki, és a rákövetkező munkafolyamat kezdőeseményéhez vezet. Jelentése az, hogy a következő munkafolyamat csak akkor kezdődhet, ha a megelőző munkafolyamat már befejeződött. A hálóterv visszacsatolást nem tartalmazhat.



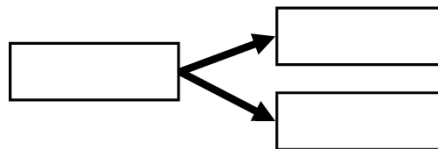
9. ábra

A program *kezdőeseménye* azt az állapotot jelöli, amelyből az egész munkafolyamat kiindul. A program kezdőeseményéhez tevékenységnyilak nem vezethetnek. A programnak tetszőleges számú kezdőeseménye lehet.

A program *záróeseménye* azt az állapotot tünteti fel, melyet az egész munkafolyamat befejezésével érhetünk el. A program záróeseményéből tevékenységnyilak nem indulhatnak, a programnak tetszőleges számú záróeseménye lehet.

Csomópontról a hálótervben akkor beszélünk, ha egyidejűleg több tevékenységnyíl indul ki egy munkafolyamat záróeseményéből, illetve ha egyszerre több tevékenységnyíl érkezik egy munkafolyamat kezdő eseményéhez. Egy tevékenységnek tehát több, tetszőleges számú előző vagy következő folyamata lehet.

Egy munkafolyamaton belül az események *sorszámozását* a számok növekvő sorrendjében végezzük. A sorszámozást a tevékenységek különböző célú csoportosítására, osztályozására is felhasználhatjuk.



10. ábra

A tevékenység legkorábbi kezdési időpontjához annak tervezett időtartalmát hozzáadva megkapjuk a legkorábbi befejezési időpontot.

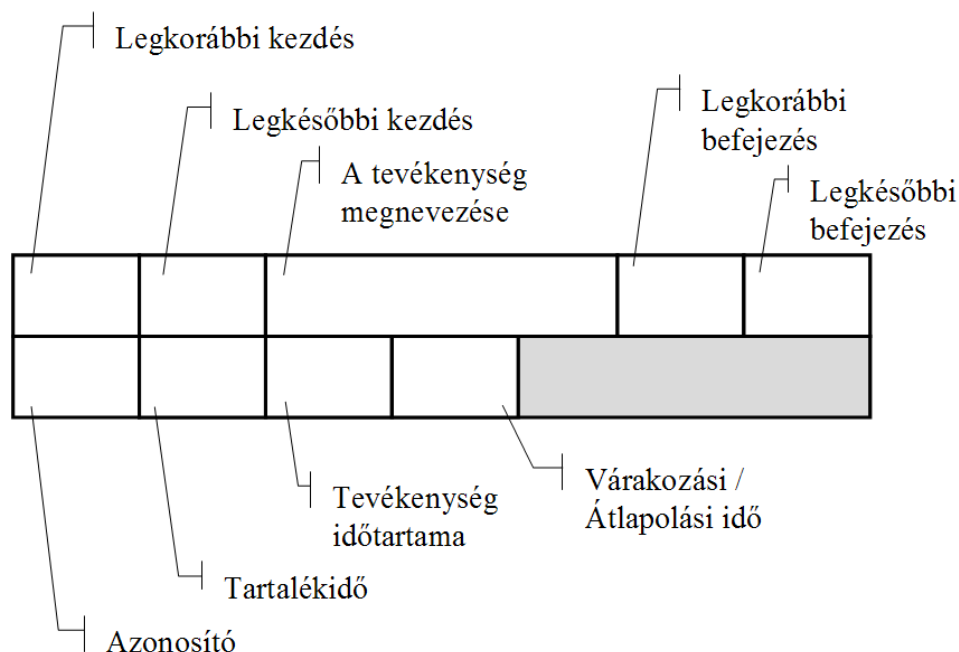
A normál vagy nulla-időköz azt jelenti, hogy egy követő folyamat elkezdhető azonnal, amint a megelőző folyamat befejeződött. Nulla-időköz esetén az előző tevékenység

legkorábbi befejezési időpontja megegyezik a követő esemény legkorábbi kezdési időpontjával.

A várakozási idő egy minimális időtartam és azt az időközt jelenti, amelynek legalább el kell telnie az előző tevékenység befejezése és a következő tevékenység kezdete között.

Az átlapolási idő egy maximális időtartam és azt az időt jelenti, amennyivel korábban a követő tevékenység elkezdhető, még mielőtt az előző munkafolyamat befejeződött volna. Mivel több előző munkafolyamat is szerepelhet a hálótervben, ezért a várakozási és az átlapolási időket indexeljük.

- A tevékenység időtartalmát a kezdő- és záróeseményt összekötő vonalszakasz alatt, baloldalon tüntetjük fel.
- A tevékenység legkorábbi kezdési időpontját a kezdőeseményt jelölő első négyszög baloldali sarkába írjuk.
- A legkorábbi befejezési időpontot a záróeseményt jelölő második négyszög baloldali felső sarkába írjuk.
- A várakozási és az átlapolási időt a tevékenységet jelölő vonalszakasz alatt jobbra és előjellel ellátva tüntetjük fel.



11. ábra

Csomópont esetén és nulla időközök mellett a csomópont után következő tevékenység legkorábbi kezdési időpontja megegyezik az előző folyamatok közül a leghosszabb időtartalmú befejezési idejével.

Amennyiben egy folyamatnál várakozási időt kell beiktatni, úgy a legkorábbi kezdési időpontot a megelőző folyamat legkorábbi befejezési időpontjának, valamint a várakozási időnek az összege adja.

Amennyiben egy folyamatnál átlapolást kell egy megelőző és egy követő tevékenység között végrehajtani, úgy a második tevékenység lehető legkorábbi kezdési időpontját az előző folyamat lehető legkorábbi befejezési időpontja, mínusz a tervezett átlapolási idő adja.

Különböző időközi adatokkal rendelkező tevékenységeknél, csomópont esetén, először az átlapolási időket levonjuk, illetve a várakozási időket hozzáadjuk azon megelőző tevékenységek legkorábbi befejezési időpontjához, amelyikre a megadott kapcsolati távolság (időköz) vonatkozik. Azután az így kapott legnagyobb értékű időtartam adja meg a csomópont utáni munka legkorábbi kezdési időpontját.

A *progresszív* időszámítással egy program legkorábbi befejezési időpontja számítható ki, amennyiben ismerjük a legkorábbi kezdés időpontját, az egyes munkák tervezett időtartamát, valamint az egyes tevékenységláncok időközzeit.

A *retrográd* (hátról előre haladó) időszámítással azt határozzuk meg a véghatáridőből kiindulva, hogy mikor kell egy tervfeladat kivitelezését legkésőbb elkezdni ahhoz, hogy a megadott befejezési határidőt be tudjuk tartani. Ennek során egy tevékenység legkésőbbi befejezés időpontját úgy határozzuk meg, hogy a várakozási időt levonjuk, az átlapolási időt hozzáadjuk a következő folyamat megengedett legkésőbbi kezdési időpontjából. A számítás során tehát a várakozási/átlapolási idő előjelét mindig ellenkezőjére változtatjuk.

Egy munkafolyamat legkésőbbi befejezési időpontja csomópont és nulla kapcsolati időköz esetén egyenlő a csomópont után következő tevékenységek legkésőbbi kezdési időpontjai közül a legkisebbel.

Egy munkafolyamat legkésőbbi befejezési időpontja vegyes időközű csomópont esetén az a legkisebb időérték lesz, amelyet a különböző időközök előjelhelyes figyelembevételével a csomópont után következő tevékenységek legkésőbbi kezdési időpontjaiból kiszámítunk.

Tartalékidő alatt a legkorábbi és a legkésőbbi kezdési időpontok különbségét értjük. A tartalékidő lehet pozitív, mely esetben a munkafolyamat ennyivel kezdődhet, illetve fejeződhet be később anélkül, hogy a végső határidőt veszélyeztetné. Nulla tartalékidő esetén

kapacitás többlet nem áll rendelkezésre, csúszás esetén a végső határidő nem tartható. Negatív tartalékidő esetén a végső határidő nem tartható, a tervezés során ezt ki kell küszöbölni.

A tartalékidőt a tevékenységvonal felett baloldalon tüntetjük fel.

Tekintettel arra, hogy a negatív tartalékidő idő és/vagy eszközhiányt jelez, megszüntetése a következő módokon lehetséges:

- A program befejezési időpontját későbbi időpontra halasztjuk, a határidőt módosítjuk.
- Egy vagy több tevékenység tervezett időtartalmát technológiai és/vagy szervezési intézkedésekkel lerövidítjük.
- Az esetleg tervezett várakozási időket, amennyiben arra technológiai-szervezési intézkedésekkel lehetőség van, lerövidítjük.
- Az átlapolási időket megnöveljük, vagy újabb átlapolási időket hozunk létre.
- A fenti módszereket kombináljuk oly módon, hogy a legkisebb többletköltséget és a legkedvezőbb kapacitás kihasználást kapjuk.

A kritikus út a hálóterv legkisebb tartalékidővel rendelkező tevékenységlánca. A tartalékidő nagysága tehát egyben a kritikusság mértéke is. Amennyiben a tartalékidő egy útvonalon nulla, úgy már a legkisebb mértékű késés is veszélyezteti a program határidőre történő végrehajtását.

Negatív tartalékidő esetén a fenti beavatkozásokat a kritikus úton kell elvégezni, a futási idő csak így csökkenthető.

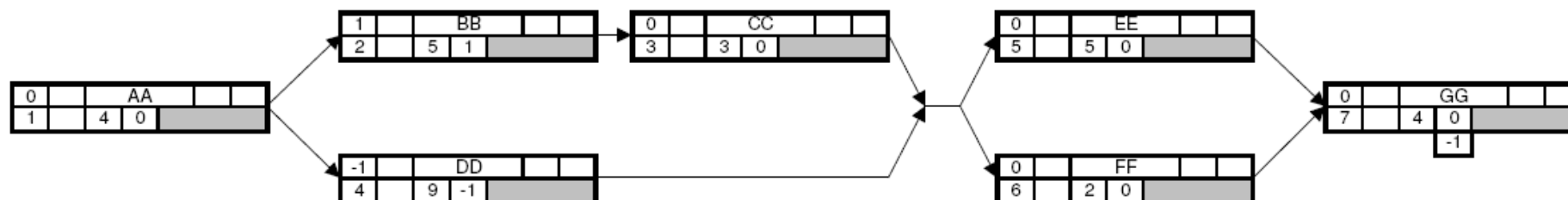
Felhasznált irodalom:

Papp Ottó: A hálós programozási módszerek gyakorlati alkalmazása, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest 1969.

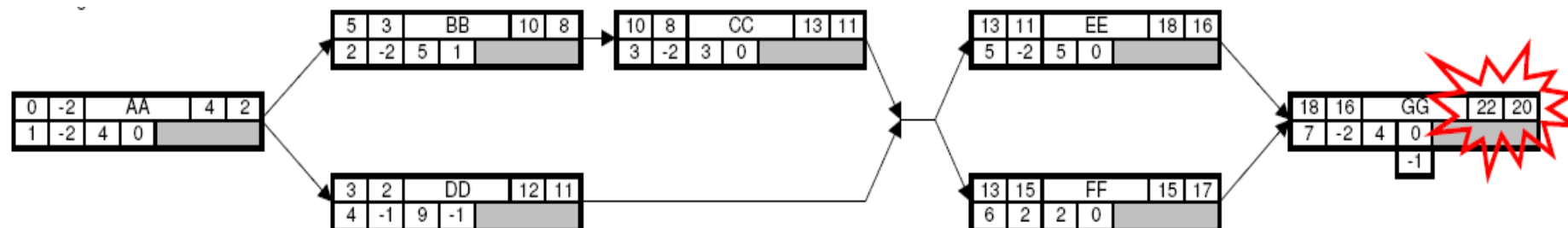
T. Werneck, F. Ullmann: Hálótervezés, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1975.

7.1 Hálótervezés mintafeladat

Végezzük el az adott hálóra a progresszív és a retrográd időszámítást, vizsgáljuk meg a terv teljesíthetőségét, módosítsuk a tervet.



Az időszámítás eredménye:



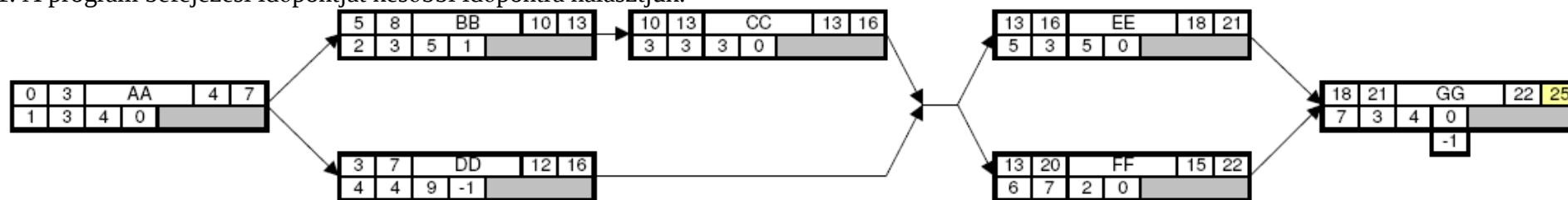
Mint látható az eredeti feltételek mellett a terv nem kivitelezhető.

Kritikus út: 1 – 2 – 3 – 5 – 7

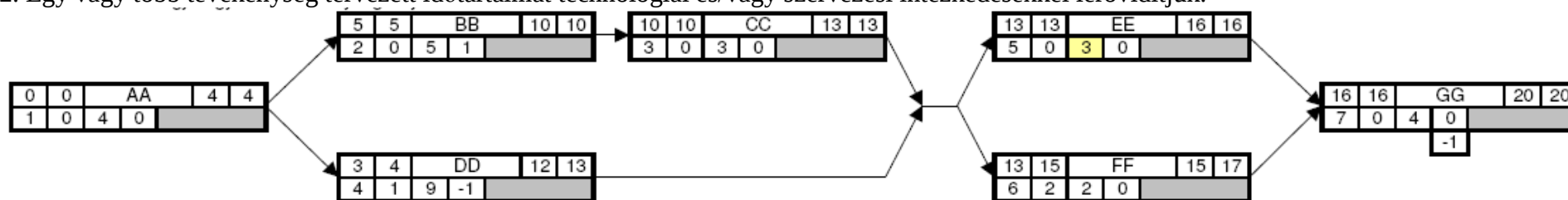
Kritikus út: 1 – 4 – 5 - 7

Mint láttuk a módosításra öt lehetőség van.

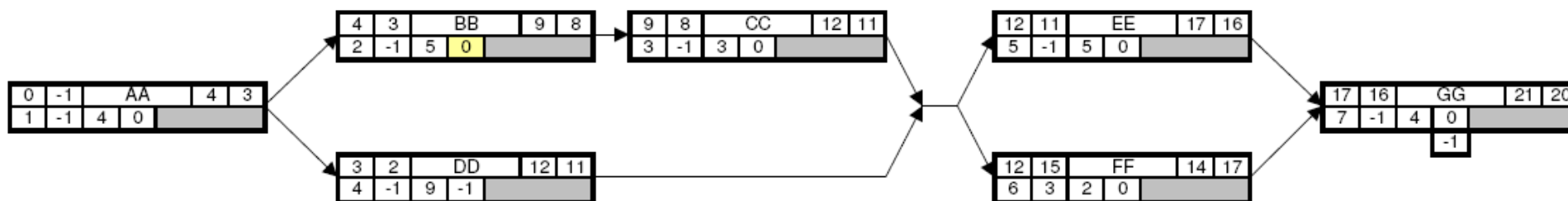
1. A program befejezési időpontját későbbi időpontra halasztjuk.



2. Egy vagy több tevékenység tervezett időtartalmát technológiai és/vagy szervezési intézkedésekkel lerövidítjük.

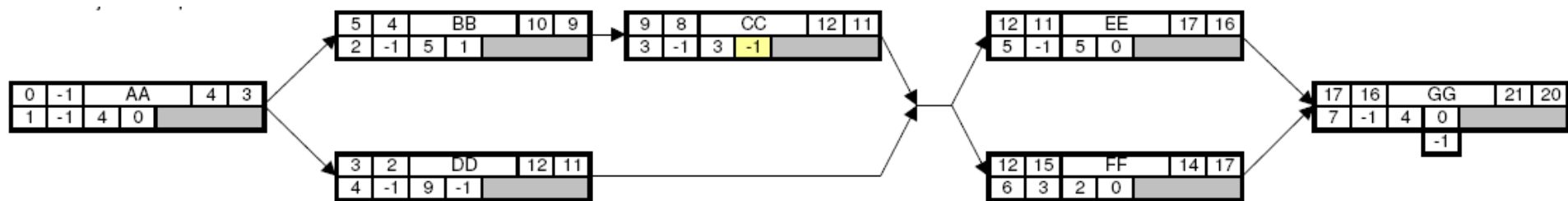


3. Az esetleg tervezett várakozási időket, amennyiben arra technológiai-szervezési intézkedésekkel lehetőség van, lerövidítjük



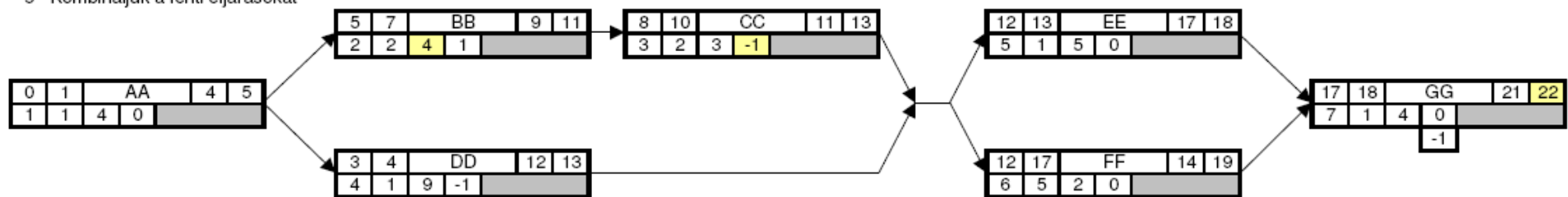
Csak ezen módszer alkalmazásával a probléma nem oldható meg!

4. Az átlapolási időket megnöveljük, vagy újabb átlapolási időket hozunk létre.



5. A fenti módszereket kombináljuk oly módon, hogy a legkisebb többletköltséget és a legkedvezőbb kapacitás kihasználást kapjuk

5 Kombináljuk a fenti eljárásokat



8 Gyártási idő- és költségbecslés

A gyártási idők becslésének elvégzéséhez négy különböző módszer alakult ki.

Az első az intuícióna illetve tapasztalatra hagyatkozó módszer, melyet a továbbiakban nevezzünk *intuitív kalkulációnak*. Alkalmazásához sok tapasztalat, a tervezési-gyártási környezet pontos ismerete szükséges. Egy kezdő szakember csak nagy eltéréssel képes meghatározni egy szerszám árát, a kalkulációban akár 50%-os eltérés is mutatkozhat.

A második módszer alkalmazása esetén, melyet nevezzünk *analóg kalkulációnak*, összehasonlítjuk az aktuális szerszámot olyanokkal, amelyeket korábban gyártottunk. Feltéve, hogy elegendő korábbi példa áll rendelkezésünkre, a módszer megbízhatóbb és következetesebb, mint az első. A módszer alkalmazása során a kalkulációt végző személynek a korábbi munkák részleteiről mélyebb ismeretekkel kell rendelkeznie, illetve jelentős méretű papír alapú vagy elektronikus adatbázist kell kezelni. A hatékony alkalmazáshoz elengedhetetlen a korábbi tervek osztályozása, és folyamatos karban tartása. A módszer nem alkalmazható, ha új típusú szerszámot kell gyártani. A módszer pontossága becslések szerint $\pm 35\%$ [1].

A *parametrikus kalkulációs* módszer alkalmazása során a termék konstrukciós paraméterei és a gyártási idő és költségadatok között teremtünk függvénykapcsolatot. Leggyakrabban a tömeg illetve a főbb méretek képezik a számítás alapját, de léteznek bonyolultabb összefüggések is. A módszer csak durva becslésre alkalmas [1], [2].

A negyedik, *analitikus kalkulációs* módszer a szerszámot elemeire bontja és az egyes komponensekre határozza meg a gyártási költséget és időt. A módszer alkalmazása során a kalkulációt végző személynek megfelelő szerszámkonstruktóri tudással kell rendelkeznie, felismerve a fontos részleteket. Bár a módszer időigényes, egy jó szakember akár $\pm 5\%$ pontossággal, míg egy kevésbé tapasztalt is $\pm 15\%$ -on belül képes kalkulációt készíteni [1].

A kalkuláció minőségét mind a négy fenti módszer esetén a kalkulációt készítő személy felkészültsége és tapasztalata alapvetően meghatározza. A kalkuláció pontossága olyan képességektől függ melyeket kevésbé ismerünk.

Az 1. táblázat a felsorolt kalkulációs módszerek előnyeit és hátrányait foglalja össze.

Módszer	Előny	Hátrány
<i>intuitív</i>	- gyors - egyszerű alkalmazni	- szakember igényes - pontatlan - nem átlátható
<i>analóg</i>	- figyelembe veszi a konkrét környezetet	- időigényes - nagy adatbázist igényel
<i>parametrikus</i>	- egyszerű - gyors	- pontatlan - heurisztikus
<i>analitikus</i>	- pontos	- időigényes - szakember igényes - túl részletes

1. Táblázat *Különböző kalkulációs módszerek előnyei és hátrányai.*

- [1] W. Dealey : Mold quoting: The magic, art and science, Modern mold & tooling, Vol.3 No.3 2001 March pp.10
- [2] Poprócsi I.: Gyártóeszköz gazdálkodók zsebkönyve, Műszaki Könyvkiadó – Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó Budapest, 1983.