

# Méréselmélet és mérés technika Környezetmérnök hallgatók részére

Horváthné Drégelyi-Kiss Ágota  
Főiskolai tanársegéd, BMF BGK AGI  
E-mail: [dregelyi.agota@bgk.bmf.hu](mailto:dregelyi.agota@bgk.bmf.hu)  
URL: [www.bmf.hu/users/dregelyia/](http://www.bmf.hu/users/dregelyia/)

1

## **Metrológiai alapok**

2

# Alapfogalmak

- **Metrológia**

a mérések tudománya (a mérésekkel kapcsolatos ismeretek teljes köre)

- **Mérendő mennyiség**

a mérőlánc bemenő jele (mennyisége)

- **Befolyásoló mennyiség**

a mérendő mennyiségtől különböző olyan mennyiség, amely hatással van a mérési eredményre.

- **Zavaró mennyiség**

olyan befolyásoló mennyiség, amelynek hatása nem ismert

- **Mérhető mennyiség**

(közvetett mérésnél pl.)

3

# Alapfogalmak

- **Mérőszám**

„Egy mennyiség értékének és az érték kifejezésében használt egységnek a hányadosa.”

- **Mérési eredmény**

A mérendő mennyiségnek tulajdonított, méréssel kapott érték + mértékegység + hibák + mérési bizonytalanság

- **Mérési hiba**

A mért mennyiség és a mennyiség „valódi” értéke közötti különbség. Minden mérési eredményt bizonytalanságok terhelnek, ezek okai lehetnek a modell, a mérőeszköz, a mérési eljárás, a mérő személy pontatlansága és a környezet okozta zavarok.

4

## Mérési hiba

$$H = x_{\text{mért}} - x_{\text{valódi}}$$

$x_{\text{mért}}$  A mérési eredmény

$x_{\text{valódi}}$  A valódi érték egy adott konkrét mennyiség definíciójának megfelelő érték.

$$H = x_{\text{mért}} - x_{\text{helyes}}$$

### Relatív hiba

$$h = \frac{H}{x_{\text{helyes}}} * 100 \quad \%$$

5

## Alapfogalmak

### ■ Mérés

„Műveletek összessége, amelyek célja egy mennyiség értékének a meghatározása.”

### ■ Mérési bizonytalanság

„a mérés eredményéhez csatolt olyan paraméter, amely a mérendő mennyiségnek indokoltan tulajdonítható értékek szóródását jelenti”

#### **Régebben:**

*A mérési eredményben fellépő hiba lehetséges mértéke.*

*A mérendő mennyiség valódi értékét adott valószínűséggel tartalmazó tartomány.*

6

# Alapfogalmak

## ■ Megbízhatósági tartomány

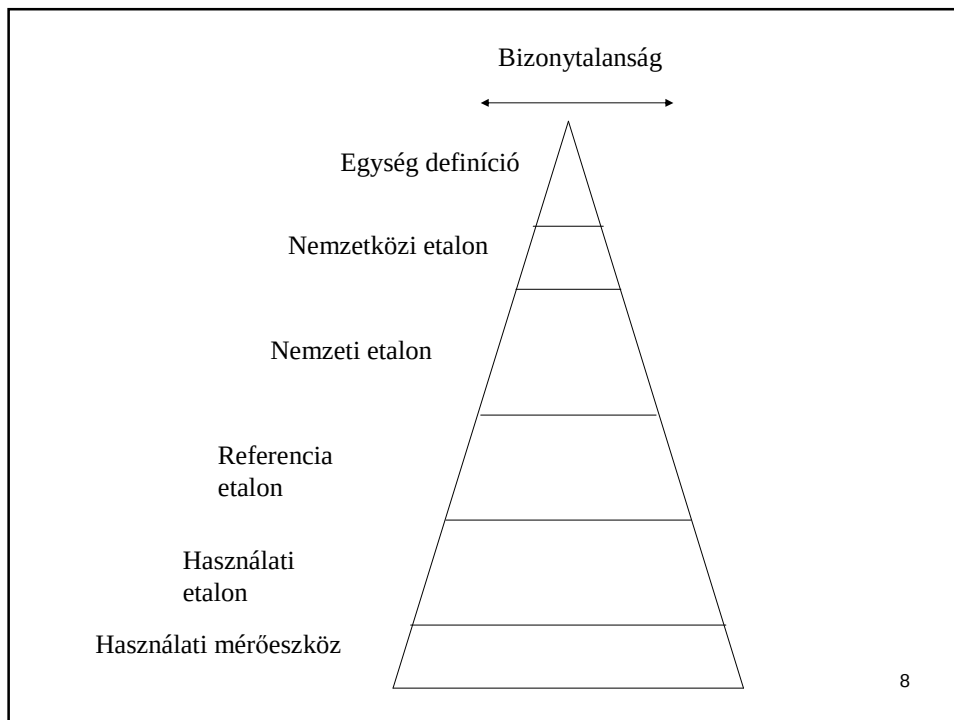
$$P(y - U \leq y_{\text{valódi}} \leq y + U) = 0,95$$

## ■ Etalon

„mérték, mérőeszköz, anyagminta vagy mérőrendszer, amelynek az a rendeltetése, hogy egy mennyiség egységét, illetve egy vagy több ismert értékét definiálja, megvalósítsa, fenntartsa vagy reprodukálja.

## ■ Visszavezethetőség

„Egy mérési eredménynek vagy egy etalon értékének az a tulajdonsága, hogy ismert bizonytalanságú összehasonlítások megszakítatlan láncolatán keresztül kapcsolódik megadott referenciához, általában országos vagy nemzetközi etalonhoz.”<sup>7</sup>



# Kalibrálás

9

## Kalibrálás

**A visszavezethetőség alapvető eszköze.**

**„Azoknak a műveleteknek az összessége, amelyekkel meghatározott feltételek mellett megállapítható az összefüggés egy mérőeszköz vagy egy mérőrendszer értékmutatása illetve egy mértéknek vagy anyagmintának tulajdonított érték és a mérendő mennyiség etalonnal reprodukált megfelelő értéke között.”**

10

## Kalibrálási eljárások célszerű tartalma

1. Az eljárás hatálya.
2. A kalibrálási elv.
3. A kalibrálással meghatározandó metrológiai jellemzők.
4. Jelölések mértékegységek és meghatározások.
5. Eszközök.
6. Környezeti feltételek és stabilizálódási idő.

11

## Kalibrálási eljárások célszerű tartalma

7. Átvétel és előkészítés.
  - a.) Ellenőrzés.
  - b.) Jelölés (címkézés) és nyilvántartásba vétel.
  - c.) Előkészítés, beállítások és a működőképesség ellenőrzése.
  - d.) Az etalonok előkészítése (ha szükséges ) és ellenőrzése.
  - e.) Biztonsági intézkedések.
  - f.) Jegyzőkönyv előkészítés.

12

## Kalibrálási eljárások célszerű tartalma

### 8. Kalibrálás.

- a.) Műveleti sorrend és adatrögzítés.
- b.) Metrológiai jellemzők kiszámítása.
- c.) Mérési bizonytalanságának meghatározása.
- d.) Minősítés.
- e.) Előkészítés szállításra vagy visszaadásra.
- f.) Megjelenítés (jegyzőkönyv és bizonyítvány minta)

13

## Mérésügyi törvény

14

# Mérésügyi törvény

- 1991. évi XLV. törvény a mérésügyről és a végrehajtásáról szóló 127/1991. (X. 9.) Kormányrendelet
- Hatálya kiterjed:
  - A mérésügyi szervezetek tevékenységére  
*volt OMH, 2007. jan. 1-től Magyar Kereskedelmi Engedélyezési Hivatal Metrológiai Főosztálya ,  
másrészt a regionálisan szervezett Területi Mérésügyi és Műszaki Biztonsági Hatóságok*
  - A mértékegységek használatára
  - A joghatással járó mérésekre

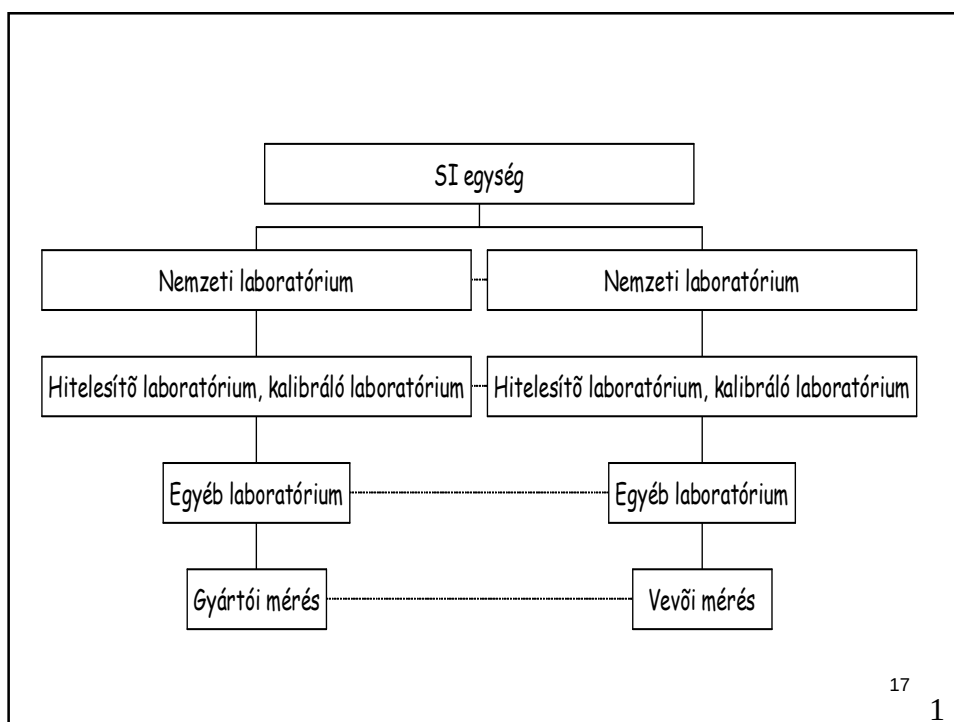
15

## A mérésügyi szervezet feladata

- Nemzetközi feladatok.  
Országos etalonok fenntartása, leszármaztatása.
- Típusvizsgálat.  
Hitelesítés.  
Engedélyezési feladatok.  
Ellenőrzés.  
Egyéb tevékenységek.

16





## Hitelesítés

- „Célja annak elbírálása, hogy a mérőeszköz megfelel-e a vele szemben támasztott mérésügyi előírásoknak.”
- A hitelesítés hatósági tevékenység.
- Joghatással járó mérés hitelesített, vagy használati etalonnal ellenőrzött mérőeszközzel végezhető.
- Kötelező hitelesítésű mérőeszköz esetében hitelesítés (hitelesítést helyettesítő minősítés).
- Nem kötelező hitelesítésű mérőeszköz esetében kalibrálás, mérés technikai vizsgálat.

18

1

## Hitelesítés

- Típusvizsgálat előzi meg.
- Általában referencia körülmények között történik (HE szerint).
- Mérési jegyzőkönyv készül.
- Hitelesítési bizonyítvány készül.
- Minősítés megtörténik (megfelel/nem felel meg).
- Érvényesség meghatározott.
- Megfelelőség-tanúsítás megtörténik.

19

1

|                                                      | A mérőeszköz hitelesítése           |                                                                            |
|------------------------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
|                                                      | <i>Kötelező</i>                     | <i>Nem kötelező</i>                                                        |
| <i>A mérőeszköz ellenőrzését Hivatal végzi</i>       | Hitelesítés                         | Kalibrálás<br>(méréstechnikai vizsgálat)                                   |
| <i>A mérőeszköz ellenőrzését nem a Hivatal végzi</i> | Hitelesítést helyettesítő minősítés | Saját kalibrálás<br>Akkreditált kalibrálás<br>Kalibrálás ISO 17025 szerint |

## A kötelező hitelesítésű eszközök köre

- Kereskedelmi méterrudak
- Kereskedelmi űrmértékek
- Kipufogógáz-elemzők
- Vízmérők
- Villamos fogyasztásmérők
- Szerencsejátékra szolgáló eszközök
- Stb.

21

## A hitelesítést tanúsító nemzeti jelek

- a körbe foglalt Szent Koronát, két oldalán a hitelesítés évének két utolsó számjegyét és alatta középen a hitelesítő egyéni jelölését tartalmazó fémzár (plomba), illetve bélyegző,
- a fekvő téglalapba zárt Szent Korona, mellette az " MKEH" felirattal és az alatt egyedi azonosító jelöléssel.

(új mérőeszköz tanúsítása.pdf)

22

# Példa kötelező hitelesítésre

## ■ Rulettkerék.pdf

23

| hitelesítés                                                                                                          | kalibrálás                                                                             |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| a jog eszközei által szabályozott (hatósági) tevékenység                                                             | nem hatósági tevékenység                                                               |
| mérésügyi hitelesítést csak az MKEH (volt OMH) végezhet                                                              | mérőeszközöket bárki kalibrálhat                                                       |
| hitelesíteni a jogszabály által meghatározott mérőeszközöket kell                                                    | kalibrálni bármely eszközt lehet, ha a visszavezetettséget igazolni szükséges          |
| a hitelesítésnek jellemzően előfeltétele amérőeszköztípusra vonatkozó hitelesítési engedély megléte                  | a kalibrálásnak nincs engedélyezési előfeltétele                                       |
| a (sikeres) hitelesítést tanúsító jel (hitelesítési bélyeg, plomba stb.) és/vagy hitelesítési bizonyítvány tanúsítja | a kalibrálás eredményeként kalibrálási bizonyítvány készül                             |
| a hitelesítési bizonyítvány hatósági dokumentum és meghatározott időtartamig érvényes                                | a kalibrálási bizonyítvány nem hatósági dokumentum és nincs érvénytartama              |
| a hitelesítést jogszabályban előírt időközönként meg kell ismételni                                                  | a kalibrálás megújításáról a tulajdonos saját hatáskörében és saját felelősségére dönt |

# Mérőműszerek irányelv 2004/22/EC irányelv

MID – Measurement Instruments  
Directive

25

## MID

- **Célja**
    - A joghatással járó mérésekre legyen egységes előírás az EU-ban.
  - **Régi megközelítés**
    - A direktívák részletes műszaki követelményeket tartalmaznak
    - A hazai jogrendbe miniszteri rendeletekkel átültetik
    - Hatósági megfelelés tanúsítás
  - **Új megközelítés**
    - Alapvető követelmények a direktívában, műszaki követelmények a nem kötelező használatú szabványokban
    - A hazai jogrendbe miniszteri rendeletekkel átültetik
    - 2004/22/EK irányelv a mérőműszerekről
- A mérőműszer ennek értelmében egy termék, amelynek szabad áramlását biztosítani kell.

26

## MID

- A 16 db régi direktíva (1970) jelentős részét felváltja egy egységes mérőeszköz irányelv.
- A MID hatálya alá eső mérőműszer csoportok
  - Víz-, gáz-, villamos fogyasztásmérők
  - Hőmennyiségmérők
  - Átfolyó folyadékok mérőeszközei (víz nem)
  - Automatikus mérlegek
  - Viteldíjmérők
  - Hossz-, térfogatmérők
  - Méretek meghatározására alkalmas műszerek
  - Kipufogófáz elemző műszerek

27

## MID

- Globális megközelítés
  - Jogilag nem szabályozott területeken a kölcsönös elismerési megállapodásokkal
  - Jogilag szabályozott területeken a tanúsítási modulrendszer alkalmazásával (A-H)

28

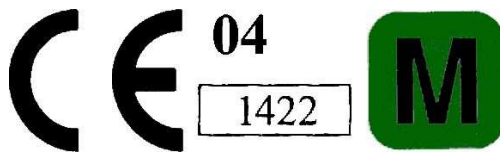
# Jelek



Közösségi típusjóváhagyás, uniós hitelesítési engedély



közösségi első hitelesítési jel



uniós irányelvnek való megfelelés  
+ metrológiai megfelelés

29

## Mérésirányítási rendszerek

30

## Mérésirányítási rendszerek

- Mérésirányítási rendszer (a mérés szabályozási rendszere)
- A **metrológiai megerősítéshez** és a mérési folyamatok **folyamatos szabályozásának** megvalósításához szükséges egymással összefüggő vagy egymással kölcsönhatásban álló elemek összessége.
- Az előírt metrológiai követelmények teljesülését biztosítja
- **MSZ EN ISO 10012:2003**  
Mérésirányítási rendszerek. A mérési folyamatokra és a mérőberendezésekre vonatkozó követelmények

31

## Mérésirányítási rendszerek

### **MSZ EN ISO 10012:2003 felépítése:**

Bevezetés

1. Alkalmazási terület
2. Rendelkező hivatkozások
3. Szakkifejezések és meghatározások
4. Általános követelmények
5. A vezetőség felelőssége
6. Gazdálkodás az erőforrásokkal
7. Metrológiai megerősítés és a mérési folyamatok
8. A mérésirányítási rendszer elemzése és fejlesztése

32



# Mérésirányítási rendszerek

## 1. A vezetőség felelőssége

- metrológiai feladatkör
- vevőközpontúság
- minőségcélok
- vezetőségi átvizsgálás

## 2. Erőforrások (emberi, tárgyi, információ, beszállítók)

## 3. Mérési folyamat és metrológiai megerősítés

- konfirmálás (metrológiai megerősítés)
- a mérés folyamata
- visszavezethetőség és mérési bizonytalanság

## 4. Elemzés, fejlesztés

33

## 3. A mérési folyamat megvalósítása és a metrológiai megerősítés (konfirmálás)

**Metrológiai megerősítés** = kalibrálás + igazolás (verifikálás)

**Kalibrálás:** „azoknak a **műveleteknek** az összessége, amelyekkel meghatározott feltételek mellett megállapítható az **összefüggés** egy mérőeszköz (mérőrendszer) értékmutatása illetve egy mértéknek vagy anyagmintának tulajdonított érték és a mérendő mennyiség etalonnal reprodukált megfelelő értéke között”

**Igazolás** (verifikálás): „annak megerősítése objektív bizonyíték szolgáltatásával, hogy az előírt követelmények teljesülnek”

**Érvényesítés/jóváhagyás** (validálás): „annak megerősítése objektív bizonyíték szolgáltatásával, hogy az **adott szándék szerinti használathoz vagy alkalmazáshoz** előírt követelmények teljesülnek”

34

# A metrológiai megerősítési (konfirmálási) folyamat

## ■ Bemenet

- a vevői metrológiai követelmények

Azok a mérési követelmények, amelyeket a vevő a termelési folyamataihoz lényegesként meghatározott (**vevői hatáskör**)  
Kifejezhető: legnagyobb mérési hiba, működési határérték, stb.

- a mérőberendezés metrológiai jellemzői

**Meghatározása:** gyakran kalibrálással és/vagy vizsgálattal (a metrológiai szervezet a megerősítési rendszeren belül előírja és ellenőrzi az összes szükséges tevékenysége

**A kalibrálási folyamat bemenetei:** mérőberendezés  
etalon  
eljárás (környezet is)

**A kalibrálás eredménye:** kalibrálási bizonyítvány  
mérési bizonytalanság

**Összehasonlítás:**  $a - b$  (ISO 9000:2000 – verifikálás)

35

# A metrológiai megerősítési (konfirmálási) folyamat

## ■ Kimenet

a mérőberendezés metrológiai megerősítési állapota

**Igazolási** dokumentum: igazolás (verifikálás) eredménye

kalibrálási/vizsgálati bizonyítvány/jkv.  
mérőberendezés állapotának azonosítása  
(lezárás, jelölés, stb.)

**A mérőberendezés felhasználható arra a célra, amelyre megerősítették**

36

# A metrológiai megerősítési folyamat feljegyzései

Gyártó, típus, gyártási szám, a konfirmálás időpontja, (időköz) a megengedett maximális hibák mértéke, környezeti feltételek, a kalibrálás bizonytalansága, a karbantartás részletei, a használatra vonatkozó korlátozások, a konfirmálást végző személyzet, (felelősök), kalibrálási bizonyítvány (azonosító, visszavezetettség bizonyítéka), a szándék szerinti használat követelményei.

**A feljegyzések elkészíthetők: kézírással, géppel, elektronikusan**

## ■ A mérés folyamata

A mérési folyamatokat

**tervezni** (metrológiai követelmények – vevő, szervezet, jog)

**validálni (érvényesíteni/jóváhagyni)** (mérési eljárás)

**bevezetni** (személy, környezet, információ)

**dokumentálni** (a megfelelés igazolása)

**ellenőrizni** (időpont, eredmény, felelős) kell.

37

# Visszavezethetőség és mérési bizonytalanság

- **Visszavezethetőség:** „a mérési eredménynek, vagy egy etalon értékének az a tulajdonsága, hogy ismert bizonytalanságú összehasonlítások megszakítatlan láncolatán keresztül kapcsolódik megadott referenciákhoz, általában országos vagy nemzetközi etalonhoz”

**Minden mérési eredménynél biztosítani kell.**

A feljegyzéseket meg kell őrizni a szükséges ideig.

- **Mérési bizonytalanság:** „a mérési eredményhez társított paraméter, amely a mérendő mennyiségnek megalapozottan tulajdonítható értékek szóródását jellemzi”

A mérésirányítási rendszerbe tartozó minden mérési folyamatnál:

**becsülni és dokumentálni** kell

Időpontja: a mérőberendezés **konfirmálása** és  
a mérési folyamat **érvényesítése előtt**.

38

# Az autóipari beszállítók többségteljesítményei

MSA – Measurement System Analysis

39

## A QS 9000 autóipari többségteljesítmény

### **7 kötet**

- 1) QS 9000 (alap) - 3 rész + mellékletek
- 2) QSA (a minőségügyi rendszer értékelése)
- 3) PPAP (gyártott termék - első minta jóváhagyási folyamata)
- 4) APQP (minőségtervezés)
- 5) SPC (statisztikai folyamatszabályozás)
- 6) MSA (mérőrendszerek elemzése)**
- 7) FMEA (hibamód - és hatáselemzés)

40

## A Mérési Rendszer lehetséges hibái

**Pontosság:** a mért értékek átlaga és a referenciaérték különbsége

**Ismételhetőség:** a kapott mérési eredmények eltérése, amikor egy mérést végző személy ugyanazt a jellemzőt többször méri

**Reprodukálhatóság:** a mérési eredmények átlagainak különbsége, ha több személy ugyanazzal a mérőeszközzel ugyanazt a jellemzőt ugyanazon a darabon méri

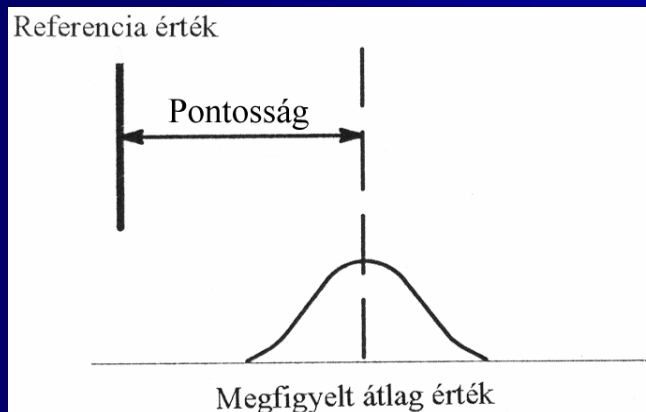
**Stabilitás:** különböző (hosszabb) időtartam alatt ugyanazon a mintán (vagy darabon) végzett mérések átlagainak különbsége

**Linearitás:** a mérési tartományon belül észlelt torzítás-eltérés

41

## A Mérési Rendszer lehetséges hibái

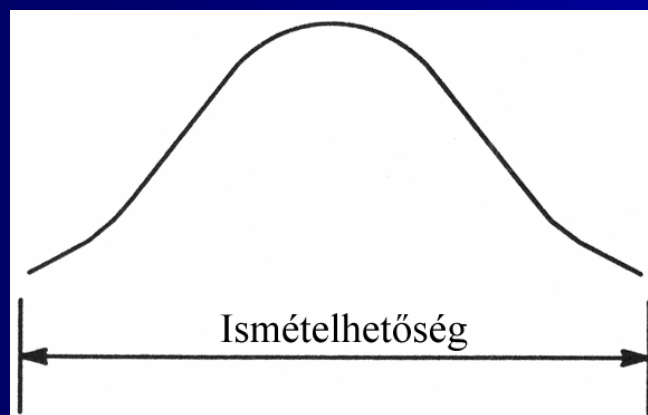
### Pontosság



42

## A Mérési Rendszer lehetséges hibái

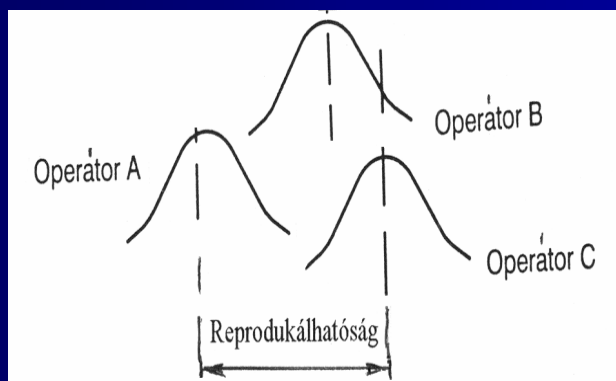
### Ismételhetőség



43

## A Mérési Rendszer lehetséges hibái

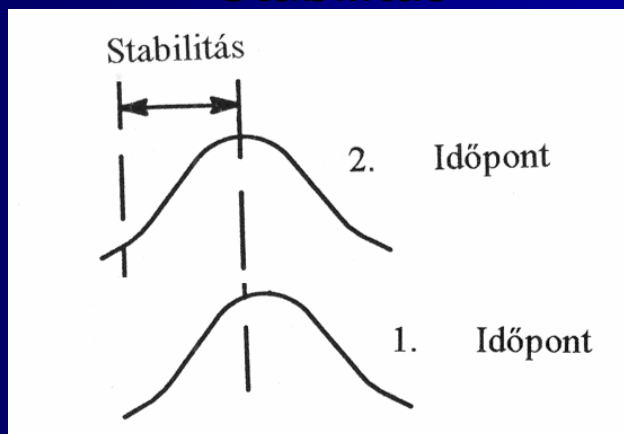
### Reprodukálhatóság



44

# A Mérési Rendszer lehetséges hibái

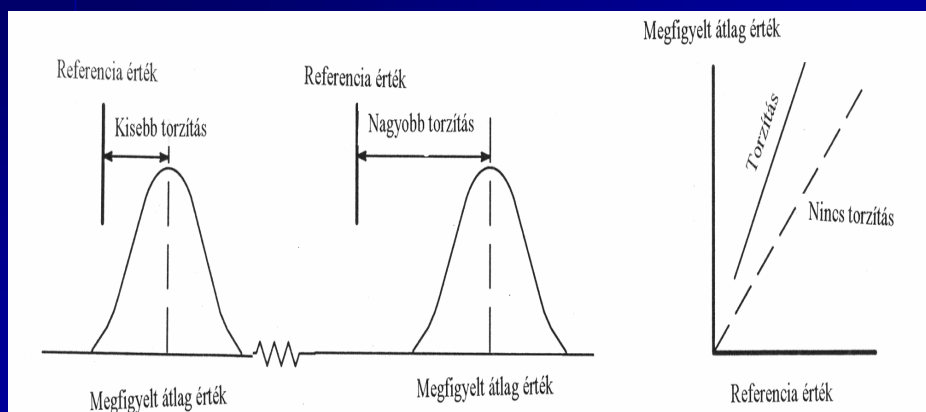
## Stabilitás



45

# A Mérési Rendszer lehetséges hibái

## Linearitás



## A mérési rendszer elemzése

**Cél:** Az eredményeket befolyásoló eltérések okainak jobb megértése. A mérési rendszer határainak meghatározása.

*Mi jellemzi a MR leírására használt eloszlást?*

- az eloszlás helyzeti értéke, másképpen az **átlag** helye

**stabilitás, pontosság, linearitás**

- az eloszlás terjedelme (szélessége), **R**  
**ismételhetőség, reprodukálhatóság**

Minden elemzés tartalmazzon **grafikus** technikát!

47

## Mikor alkalmazzuk a MR vizsgálatot?

- Az **új** mérőberendezés elfogadásának feltétele.
- Mérőeszközök **összehasonlítás**ára.
- A nem megfelelőnek tartott mérőeszköz **kiértékelés**ekor alap (bázis).
- A mérőberendezés **javítás** előtti és utáni **összehasonlítás**ára.
- A folyamateltérés és a gyártási folyamat **elfogadási** szint **számítás**ához nélkülözhetetlen elem.
- A mérőeszköz **jelleggörbe** meghatározásához szükséges információ

48

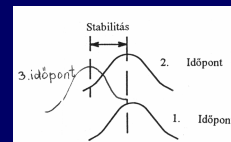


# A mérési rendszer vizsgálat előkészítése, végrehajtása

1. **Megtervezzük** az alkalmazott megközelítési módot
2. **Meghatározzuk** :
  - a minta nagyságát,
  - a mérést végző személyek számát,
  - hányszor ismétljük meg a méréseket
3. **A mérő személy(ek) kiválasztása**: azokat választjuk elsősorban, akik egyébként is használják a mérőeszközöket
4. **A mintadarabok kiválasztása** A folyamatból választjuk ki a mintát, a teljes terjedelmet reprezentálva
5. **A megkülönböztető képességének meghatározása**
6. **Meg kell győződni** arról, hogy a mérési módszer (személy + eszköz):
  - a mérési eljárás utasításait követi
  - a jellemző méretet méri (tévedés kiküszöbölése miatt).
6. **Biztosítani kell a mérések statisztikai függetlenségét!**

49

## Stabilitás



**A MR stabilitása - Statisztikai stabilitás**

**A MR vagy folyamat statisztikai stabilitása:**

**lehetőséget nyújt a MR vagy folyamat jövőbeli működésének becslésére**

Az R&R vizsgálat ismeretlen stabilitási állapot mellett több kár, mint haszon, mert a szakszerűtlen beavatkozás miatt, pl. növekedhet a MR eltérése ( $\sigma$ )

Mi a legfontosabb feladat?

- A zavaró tényezők meghatározása és a **zavarállapot kiküszöbölése**.
- A felismert és azonosított **zavartényezőket meghatározzuk és rangsoroljuk**.

**Ennek eszköztára**: ok-okozati diagram, folyamatábra, folyamatmodell.

- A statisztikai **stabilitás meghatározása**; ennek **eszköze** az **ellenőrző kártya**

# Stabilitás meghatározása

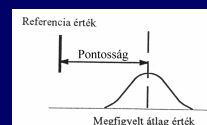
- 1) A minta **kiválasztása**, a referencia érték megállapítása, (**etalon**)
- 2) Rendszeres időközönként (naponta többször, v. naponta, v. hetente, stb.) a kiválasztott mintát háromszor vagy ötször **megmérjük**
- 3) Az adatokat **átlag-terjedelem vagy átlag-szórás ellenőrző kártyán** vezetjük
- 4) A beavatkozási határok (alsó, ill. felső ellenőrző határok) kiszámítása és a kártyán történt bejelölése után a kártya **kiértékelését** végezzük el, megállapítva a szabálytalan vagy nem stabil állapotokat
- 5) Meghatározzuk a mérések standard szórását, **összehasonlítjuk** a folyamat szórásával. Megállapítjuk, hogy a MR ismételhetősége megfelelő-e

Probléma esetén:

**kísérlettervezés** vagy más elemzéses **probléma megoldó technikák** alkalmazása

51

## Pontosság



A pontosság megállapításának mi a feltétele?

A **referenciaérték** ismerete („valódi” méret)

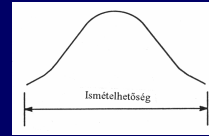
A mérő személyek (operátorok) által mért értékek **átlag**ának kiszámítása

Milyen lehetőségek vannak a pontosság megállapítására?

- 1) A minta minden darabját pontosan megmérjük a mérőszobában.
- 2) Ugyanezt a darabot (darabokat) 10-szer megmérjük a mérést végző személlyel, a vizsgálandó mérőeszközzel.
- 3) Kiszámítjuk a mérések átlagát.
- 4) Kiszámítjuk a pontosságot.  $\text{Pontosság} = \text{referencia érték} - \text{átlag}$
- 5) Kiszámítjuk a pontosság százalékát.  $\text{Pontosság \%} = 100 \cdot (\text{pontosság} / \text{folyamateltérés vagy tûrésszélesség})$ .

52

# Ismételhetőség



Az ismételtetés az az eltérés, amely úgy jelentkezik, hogy ugyanaz a mérő személy, ugyanazzal a mérőeszközzel, ugyanazt a jellemzőt méri, ugyanazon a darabon.

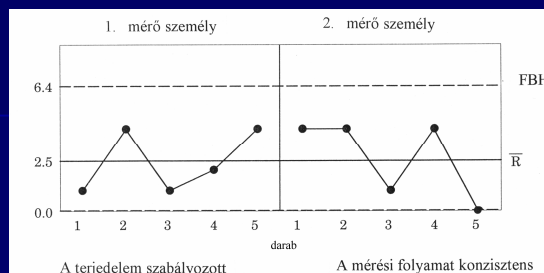
*Melyek az ismételtetési hiba forrásai?*

- az eszköz által okozott **mérési** eltérés,
- **helyzeti** eltérés (ezt a mérendő mennyiség alakhibája, pl. kúposág, köralak hiba, stb. okozhatja).

Az **x - kártya** mutatja a mérési folyamat torzítatlanságát

53

# Ismételhetőség

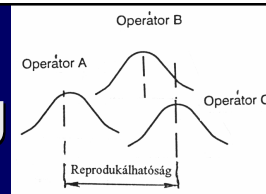


- A gyártási folyamatból kiválasztunk 5 db mintát (vagy több darabot)
- Kijelölünk két mérést végző személyt (vagy hármat)
- Minden darabot többször (pl. 3-szor) megmér minden személy
- A mért értékeket táblázatban rögzítjük
- Minden munkadarabhoz **x** és **R**, majd **x** és **R** értékeit kiszámítjuk

$$R = \sum R_i / (\text{személyek száma} * \text{darabok száma})$$

- Megrajzoljuk az ismételtetés ellenőrző terjedelem-kártyát <sup>54</sup>

# Reprodukálhatóság



Reprodukálhatóság:

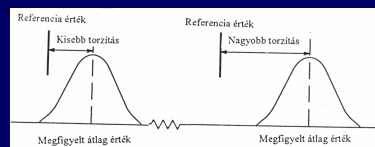
különböző mérő személyek,  
ugyanazzal a mérő eszközzel,  
ugyanazt a jellemzőt mérik,  
ugyanazon a darabon,  
közel azonos időben.

A mérési folyamat **reprodukálhatósága** magába foglalja, hogy a mérő személyek közötti ingadozás konzisztens.

x - kártyán látható: összehasonlítjuk a mérést végző személyek átlagait minden egyes darabra.

55

# Linearitás



A **linearitás** a mérőeszköz feltételezett mérési tartományában a

**pontosság értékei közötti eltérés**

A mérőeszköz linearitásának **mérőszáma** = a regressziós egyenes meredeksége \* a darabokra vonatkozó folyamateltéréssel (vagy tűrésmezővel).

A **%-ban** kifejezett linearitás =

$100 * \text{linearitásmérőszáma} / \text{folyamateltérés (vagy tűrésmező)}$ .

Ajánlott **elemzési technika**:

korrelációs diagram a legjobban illeszkedő egyenessel

# Linearitás

## Mi az oka a linearitási hibának?

A mérőeszközt nem megfelelően kalibrálták a működési terület eltérő részein.

Hibás a legkisebb vagy legnagyobb minta.

Kopott a mérőeszköz.

A mérőeszköz belső, konstrukciójából eredő jelleggörbe nem lineáris

## Hogyan mérjük, számoljuk?

Pl.: 5 darabot kiválasztunk a MR működési terjedelméből.

Minden darabot megmérünk – a referencia érték miatt.

Minden darabot egy személy 12-szer megmér (a darabok választása véletlenszerű)

Kiszámítjuk a darab átlagokat és a torzítás átlagot minden darabnál.

Az adatokat táblázatban rögzítjük.

57

# Regressziós egyenes és illeszkedése

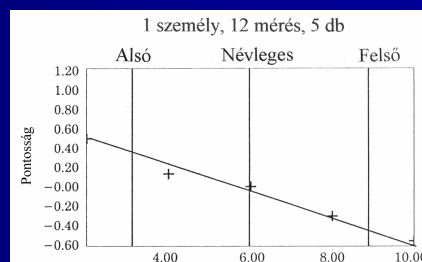
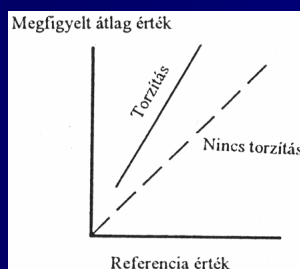
## Linearitás diagram

$y = b + a \cdot x$ , ahol:

$x$  = referencia érték

$y$  = torzítás

$a$  = meredekség



## R&R vizsgálat

- A mérési rendszer eltéréseit nemcsak a nem megfelelő pontosságú mérőeszközök okozhatják, hanem a mérést végző személyek is. Folyamatos gyártásnál az ellenőrzést több operátor (minőségellenőr) végzi, és a cél az, hogy az adott alkatrész különböző személyek által végzett mérései a lehető legjobban megközelítsék egymást.
- Az R&R vizsgálat során több személy ( $q$  db), több alkatrész ( $r$  db) vizsgálatát végzik el, ismételt ( $p$  db) mérések során. Általában  $q=3$ ,  $r=10$  és  $p=3$ .

Az ingadozás forrásainak felbontása:

- Mérési eredmények eltérése
  - alkatrészek közötti különbség
  - mérőrendszer okozta különbség
    - mérőeszköz (ismételhetőség)
    - operátor (reprodukálhatóság)

59

## R&R vizsgálat

A mérési eredmények eltérését jellemző variancia az alábbi összetevőkből épül fel:

$$R \& R = \hat{\sigma}_{\text{reprodukálhatóság}}^2 + \hat{\sigma}_{\text{ismételhetőség}}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\text{teljes}}^2 = \hat{\sigma}_{\text{alkatrész}}^2 + \hat{\sigma}_{\text{mérés}}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\text{reprodukálhatóság}}^2 = \hat{\sigma}_{\text{operátor}}^2 + \hat{\sigma}_{\text{operátor*alkatrész}}^2$$

$$\hat{\sigma}_{\text{mérés}}^2 = \hat{\sigma}_{\text{reprodukálhatóság}}^2 + \hat{\sigma}_{\text{ismételhetőség}}^2$$

60

## R&R vizsgálat

$$R \& R = \hat{\sigma}_{\text{ismételhetőség}}^2 + \hat{\sigma}_{\text{reprodukálhatóság}}^2$$

$$R \& R\% = \frac{R \& R}{\hat{\sigma}_{\text{teljes}}^2}$$

Minősítési kritériumok:

$R \& R\% \geq 10\%$  : Megfelelő

$10\% < R \& R \leq 30\%$  : Megfontolással elfogadható

$R \& R > 30\%$  : Nem megfelelő

## Mérőeszköz-képesség vizsgálat

$$C_g = \frac{T * 0,15}{s_g}$$

$$C_{gk} = \text{Min} \left\{ \frac{(X_v + 0,075 * T) - \bar{x}_g}{3 * s_g}; \frac{\bar{x}_g - (X_v - 0,075 * T)}{3 * s_g} \right\}$$

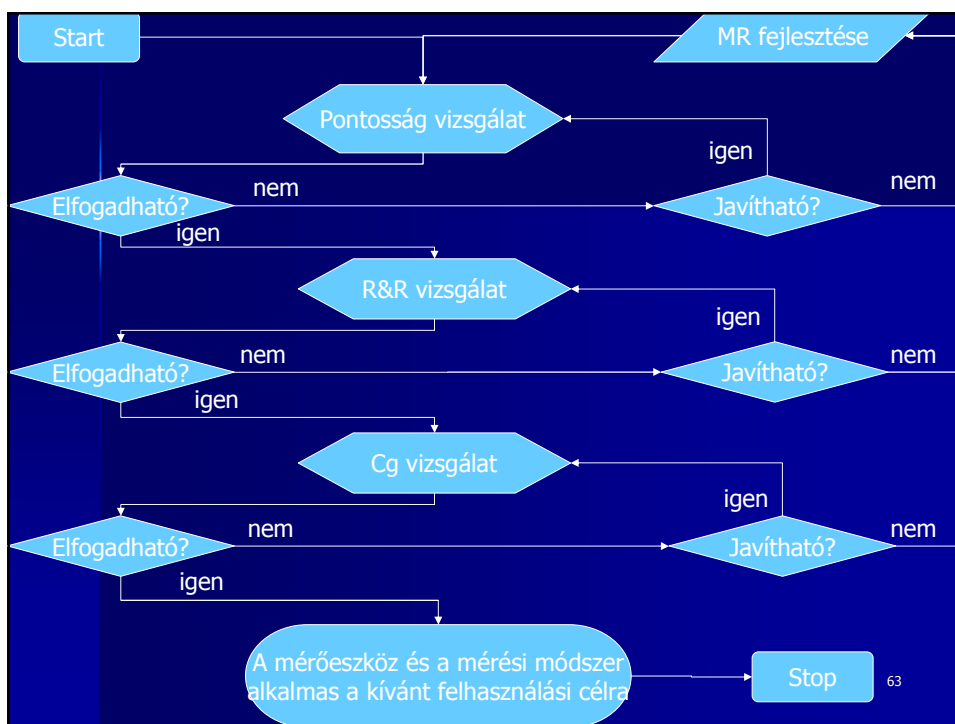
Minősítési kritériumok:

$C_{gk} \geq 1,67$  : Megfelelő

$1,67 > C_{gk} \geq 1,33$  : Megfontolással elfogadható

$C_{gk} < 1,33$  : Nem megfelelő

62



| R&R példa: Furatátmérő mérése |            |         |            |         | ± 0,1mm furatátmérő tűűré |         |
|-------------------------------|------------|---------|------------|---------|---------------------------|---------|
| Furat                         | Operátor 1 |         | Operátor 2 |         | Operátor 3                |         |
|                               | Mérés 1    | Mérés 2 | Mérés 1    | Mérés 2 | Mérés 1                   | Mérés 2 |
| 1                             | 24,370     | 24,379  | 24,364     | 24,366  | 24,367                    | 24,369  |
| 2                             | 24,377     | 24,376  | 24,374     | 24,375  | 24,378                    | 24,380  |
| 3                             | 24,364     | 24,370  | 24,363     | 24,363  | 24,362                    | 24,366  |
| 4                             | 24,371     | 24,371  | 24,370     | 24,369  | 24,369                    | 24,373  |
| 5                             | 24,362     | 24,362  | 24,361     | 24,363  | 24,362                    | 24,360  |
| 6                             | 24,365     | 24,364  | 24,365     | 24,363  | 24,366                    | 24,367  |
| 7                             | 24,363     | 24,365  | 24,363     | 24,365  | 24,365                    | 24,362  |
| 8                             | 24,363     | 24,366  | 24,368     | 24,366  | 24,365                    | 24,367  |
| 9                             | 24,363     | 24,364  | 24,360     | 24,362  | 24,364                    | 24,361  |
| 10                            | 24,364     | 24,360  | 24,371     | 24,370  | 24,367                    | 24,370  |



| minta | Operátor 1 |       | Operátor 2 |       | Operátor 3 |       | átlag  |
|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|--------|
|       | átlag      | R     | átlag      | R     | átlag      | R     |        |
| 1     | 24,375     | 0,009 | 24,365     | 0,002 | 24,368     | 0,002 | 24,369 |
| 2     | 24,377     | 0,001 | 24,374     | 0,001 | 24,379     | 0,002 | 24,377 |
| 3     | 24,367     | 0,006 | 24,363     | 0,000 | 24,364     | 0,004 | 24,365 |
| 4     | 24,371     | 0,000 | 24,370     | 0,001 | 24,371     | 0,004 | 24,371 |
| 5     | 24,362     | 0,000 | 24,362     | 0,002 | 24,361     | 0,002 | 24,362 |
| 6     | 24,365     | 0,001 | 24,364     | 0,002 | 24,367     | 0,001 | 24,365 |
| 7     | 24,364     | 0,002 | 24,364     | 0,002 | 24,363     | 0,003 | 24,364 |
| 8     | 24,365     | 0,003 | 24,367     | 0,002 | 24,366     | 0,002 | 24,366 |
| 9     | 24,364     | 0,001 | 24,361     | 0,002 | 24,363     | 0,003 | 24,362 |
| 10    | 24,362     | 0,004 | 24,371     | 0,001 | 24,369     | 0,003 | 24,367 |
| átlag | 24,367     |       | 24,366     |       | 24,367     |       | 65     |

**A mérési eredményt  
befolyásoló tényezők és  
nagyságuk megadása**

## Mérési hiba

- Eredet szerint
  - Mérő személy hibája
  - Mérőeszköz hibája
  - Mérendő munkadarab
- Jelleg szerint
  - Rendszeres
  - Véletlen
  - Durva

67

## A hiba rendszáma

- A hiba nagyságrendje a hatványsorban elfoglalt helyét jelenti.
  - Sin és tg fv.: elsőrendű
  - Cos fv.: másodrendű hiba

68

## Abbe-hiba

- A mért munkadarab és az összehasonlításra használt etalon tengelyei egy egyenesbe esnek
- Abbe-elv megsértése: tolómérő
- Koszinusz hiba
- Parallaxis hiba

69

## További hibák

- Mérőerő okozta hiba (benyomódás)
- Nullponti hiba
- Mérőeszköz tapintóinak beállítási hibái

70

## Rendszeres hibák

- Korrekció  
Helyes érték=mért érték+korrekció
- Skálahibák
- Irányváltási hiba
- Mérőeszköz tapintóinak beállítási hibája (pl. mikrométer pofáinak síkpárhuzamosságtól való eltérése)
- Hőmérsékleti hiba

71

## A mérési eredmény bizonytalansága

72

## A mérési bizonytalanság filozófiája

- Egy  $X$  mérendő mennyiség értéke pontosan nem ismert
- Az  $x$  mérési eredmény az  $E(X)$  várható érték egyik becslése
- Az  $u(x)$  standard bizonytalanság a  $V(X)$  variancia becslésének négyzetgyöke
- A típusú kiértékelés  
Ismételt mérések statisztikai értékelése
- B típusú kiértékelés  
A várható értéket és a varianciát más módszerekkel becslik.

73

## A GUM módszer

- A mérési bizonytalanság összes fontos összetevőjének azonosítása
- A mérési bizonytalanság minden egyes összetevője standard bizonytalanságainak kiszámítása
- Az eredő standard bizonytalanság számítása
- A kiterjesztett bizonytalanság ( $U$ ) számítása  
Ha az eloszlás normálisnak feltételezett, akkor  $k=2$  kiterjesztési tényezőt kell használni.
- A mérési eredmény megadásának módja

$$Y = y \pm U$$

$U$ : kettőnél nem több értékes számjegy

## A mérési bizonytalanság összetevői általános esetben

- nem reprezentatív mintavétel,
- a kalibrált mérőeszköz ismétlőképessége,
- a befolyásoló mennyiség(ek) hatása,
- analóg mérőeszköz kijelzésének véges felbontása miatti leolvasási bizonytalanság,
- digitális mérőeszközök kvantálási és kijelzési hibájából fakadó bizonytalanság,
- etalonok "pontatlansága",
- mérési módszerből fakadó bizonytalanság,
- mérőszemély torzítása.

75

| Mennyiség | Becslés | Standard bizonytalanság | Valószínűségi eloszlás | Érzékenységi együttható | Bizonytalansági Járulék |
|-----------|---------|-------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $X_i$     | $x_i$   | $u(x_i)$                |                        | $c_i$                   | $u_i(y)$                |
| $X_1$     | $x_1$   | $u(x_1)$                |                        | $c_1$                   | $u_1(y)$                |
| $X_2$     | $x_2$   | $u(x_2)$                |                        | $c_2$                   | $u_2(y)$                |
|           |         |                         |                        |                         |                         |
| $X_N$     | $x_N$   | $u(x_N)$                |                        | $c_N$                   | $u_N(y)$                |
| Y         | y       |                         |                        |                         | $u(y)$                  |

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{X_i = x_i}$$

$$u_i(y) = c_i u(x_i)$$

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^n u_i^2(y)$$

Az eredmény megadása

$$Y = y \pm U$$

Alakban történik, ahol

$$U = k * u(y)$$

76

## Kiterjesztési tényező

| A valószínűségi határ<br>(k*s) | A valószínűségi szint |
|--------------------------------|-----------------------|
| 1s                             | 68,27%                |
| 1,96s                          | 95,00%                |
| 2,00s                          | 95,45%                |
| 2,57s                          | 99,00%                |
| 3,00s                          | 99,73%                |
| 3,29s                          | 99,90%                |

77

## 1. Példa

Gömb térfogatát kell meghatározni átmérőméréssel, kengyeles mikrométerrel. Feltételezzük, hogy mind a mérendő tárgy, mind a mérőeszköz pontosan 20,000 °C-on van, és a mikrométernek nincs rendszeres hibája.

n=16

$$\bar{d} = 24,99mm$$

$$s(d) = 0,024mm$$

$$u(\bar{d}) = \frac{s(d)}{\sqrt{n}} = ? \quad V = ? \quad c_1 = \frac{\partial V}{\partial d} = ?$$

$$u_c = \sqrt{c_1^2 \cdot u^2(\bar{d})} = ?$$

$$U = k \cdot u_c = ?$$

78

## 2. példa

- Mérőeszköz kalibrálási bizonyítványában vagy gyártási specifikációban adott a mérési bizonytalanság

79

## Mérőeszközök kiválasztása

- Az ellenőrizendő mérethez megfelelő névleges mérési tartománnyal rendelkező mérőeszköz
- Az ellenőrizendő tűrésmező legalább  $1/10$ -e legyen a mérőeszköz osztásértéke és a mérőeszköz bizonytalansága legfeljebb az ellenőrizendő tűrésmező  $1/5$ -e vagy inkább  $1/10$ -e legyen

80



## Felhasznált és ajánlott irodalom

- Fuchs Rudolf: Metrológiai konfirmálás  
Nemzeti Szakképzési és Felnőttképzési Intézet, Budapest, 2007
- 1991. évi XLV. Törvény a mérésügyről
- MSZ EN ISO 10012:2003 Mérésirányítási rendszerek. A mérési folyamatokra és a mérőberendezésekre vonatkozó követelmények
- Mérési rendszerek vizsgálata, QS 9000, MSA
- Guide to the expression of uncertainty in measurement, 1993