

SZERÉLHETŐSÉGI VIZSGÁLATA

MÉTERLÁNC ANALÍZIS

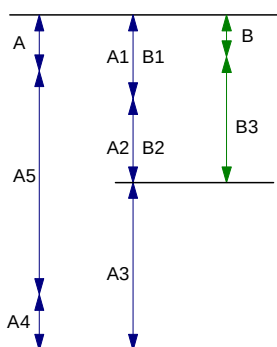
Dr. Mikó Balázs – Dr. Boór Ferenc

1 Zárótag méretének és tűrésének meghatározása

A méretlánc:

- egy adott/kiválasztott szerelési méretet meghatározó zárt láncú méretsor, amely
- egy szerelési (eredetileg funkcionális, technológiai, ...) követelmény kielégítésének absztrahált formája, és amelynek
- tagjai a zárótag avagy kiinduló (az elemzés szempontjából: kiadódó, eredő) méret és a lánc tagok, avagy összetevők (komponensek)

Párhuzamos

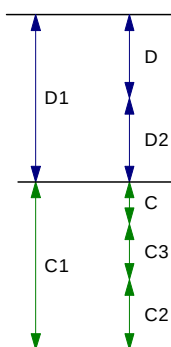


Közös tagjaik vannak:

$$A_1 = B_1$$

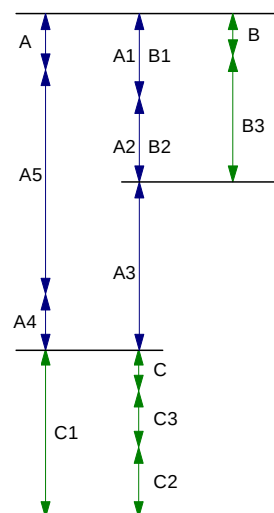
$$A_2 = B_2$$

Soros

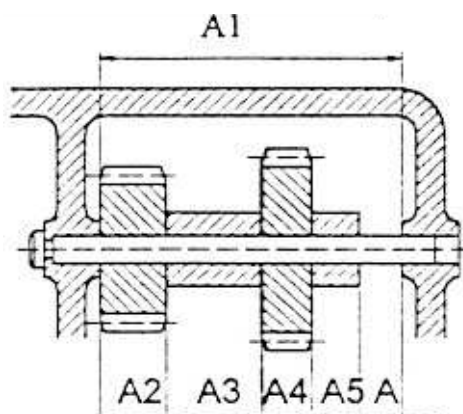


Közös bázisaik vannak:
azaz minden soron következő méretlánc
egy az előző szerelés során nyert bázisra
épül.

Vegyes



Közös bázisaik és közös tagjaik is vannak



1. ábra Méretlánc

Elemei:

- összetevők, v. lánc tagok: A_i
- eredő, zárótag (kiadódó méret): A

Paraméterei:

- elemek száma: m
- lánc tagok száma: $m-1$
- méret (névleges $\sim$, közepes $\sim$, alsó és felső határ $\sim$) és
- tűrés ($\sim$ mező, alsó $\sim$, felső $\sim$) adatok
- szór(ód)ás ($\sim$ mező, $\sim$ terjedelem, természetes $\sim$)

Lineáris méretláncok zárótagjának (eredőjének) nagysága a lánc tagok algebrai összege:

$$A = \sum_{i=1}^{m-1} A_i \quad m. \text{ tag a zárótag}$$

Összegzéskor a lánc tagokat (mint műszaki méreteket) előjelük szerint vesszük figyelembe:

- + előjelű a növelő ágba; növelik a zárótag nagyságát
- előjelű a csökkenő ágba; csökkentik a zárótag nagyságát

A zárótag nagysága (névleges értéke) nem előjeles, pozitív műszaki méretezést figyelembe véve, ha feltételezzük, hogy a $i=1..k$ -ig terjedő tagok növelők, míg az $i=k+1..m-1$ -ig csökkentők:

$$A = \sum_{i=1}^k A_i - \sum_{i=k+1}^{m-1} A_i$$

Vezessük be: $\Delta A, \Delta A_{\max}, \Delta A_{\min}$: a zárótag eltérése
 $\Delta A_i, \Delta A_{i\max}, \Delta A_{i\min}$: a lánc tagok eltérése

Így a zárótag maximális értéke:

$$A_{\max} = \sum_{i=1}^k (A_i + \Delta A_{i\max}) - \sum_{i=k+1}^{m-1} (A_i + \Delta A_{i\min}) = A + \sum_{i=1}^k \Delta A_{i\max} - \sum_{i=k+1}^{m-1} \Delta A_{i\min} = A + \Delta A_{\max}$$

A zárótag minimális értéke:

$$A_{\min} = \sum_{i=1}^k (A_i + \Delta A_{i\min}) - \sum_{i=k+1}^{m-1} (A_i + \Delta A_{i\max}) = A + \sum_{i=1}^k \Delta A_{i\min} - \sum_{i=k+1}^{m-1} \Delta A_{i\max} = A + \Delta A_{\min}$$

A zárótag közepes értéke:

$$A_{\text{köz}} = \frac{A_{\min} + A_{\max}}{2} = A + \frac{\Delta A_{\min} + \Delta A_{\max}}{2}$$

A zárótag eltérése; a méret szór(ód)ási terjedelme:

$$\Delta A = A_{\max} - A_{\min} = \sum_{i=1}^{m-1} \Delta A_{i\max} - \sum_{i=1}^{m-1} \Delta A_{i\min} = \sum_{i=1}^{m-1} \Delta A_i$$

Az alkatrészgyártás akkor helyes, ha a méretszóródás kisebb vagy egyenlő az alkatrészekre előírt tűréssel, azaz ha $\Delta A_i \leq \vartheta_i$; a szerelés pedig akkor, ha ez a kiadódó (zárótag) méretre is igaz.

Az alkatrészek méretszóródását helyettesíthetjük a tűrésmező szélességgel, így ennek mintájára használjuk a zárótagra, mint kiadódó méretre a méretszóródás helyett az eredő tűrés kifejezést illetve jelölést ($\vartheta = \Delta A$). Arra törekszünk tehát, hogy a zárótag eredő tűrésmező szélessége kisebb vagy egyenlő legyen a zárótagra előírt tűrésmező szélességgel:

$$\vartheta = \sum_{i=1}^{m-1} \vartheta_i \leq \vartheta'; \text{ ahol } \vartheta' : \text{ a zárótagra előírt tűrésmező szélesség}$$

A fentiek a biztosan, $P=100\%$ -os valószínűséggel bekövetkező teljes eseménymezőt, azaz zárótag alsó illetve felső határméretet, méretszóródást adják, másképpen fogalmazva; a teljes cserélhetőségi szinten megkövetelhető zárótag méretet és tűrésmező szélességet jelentik.

2 Hosszméretek méreteltérései

2.1 Mérési eredmények kiértékelése

Középérték:
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^l f_i \cdot x_i}{n} \qquad \bar{x} = \sum_{i=1}^l g_i \cdot x_i$$

x_i : a mért értékek

f_i : az i -edik mérési érték gyakorisága

n : mérések száma

l : a mért értékek száma

g_i : relatív gyakoriság

$$g_i = \frac{f_i}{n} \qquad \sum_{i=1}^l f_i = n \qquad \sum_{i=1}^l g_i = 1$$

A mérési eredmények ingadozása jellemezhető a szórási terjedelemmel és a tapasztalati szórással:
Szórási terjedelem:

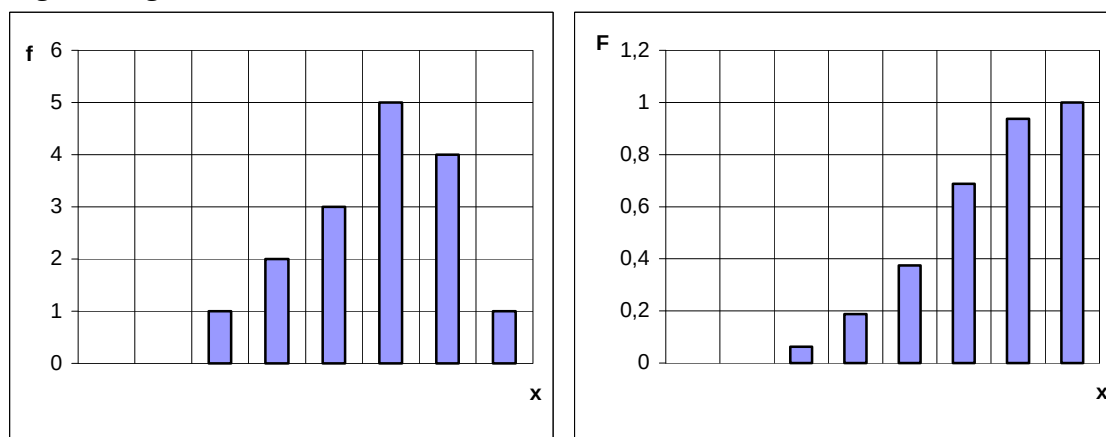
$$R = x_{\max} - x_{\min} = x_l - x_1$$

Tapasztalati szórás:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^l f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\sum_{i=1}^l g_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}$$

A mért értékek grafikusán ábrázolhatók:

Gyakorisági hisztogram:



2. ábra Gyakorisági hisztogram és tapasztalati eloszlás függvény

A mérési pontosság: $\pm \frac{\delta}{2}$

Gyakoriság sűrűség: hosszegységre jutó relatív gyakoriság: $h = \frac{g}{\delta}$

Tapasztalati eloszlás függvény:

A függvény értéke a k helyen: $F(x) = \sum_{i=1}^k f_i$

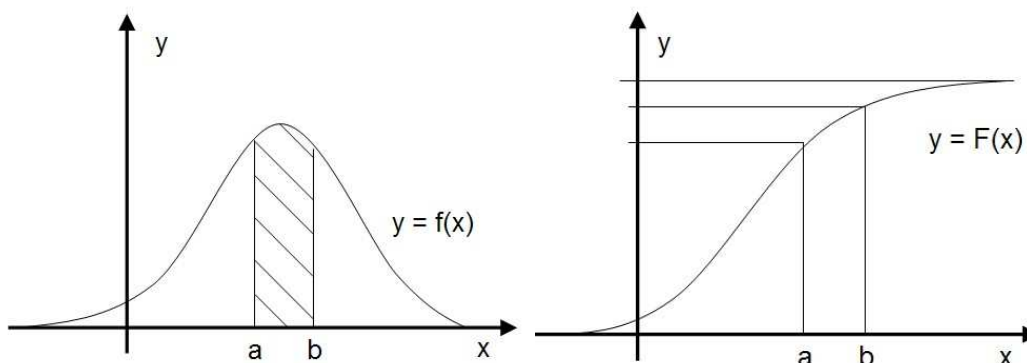
Ha $n \rightarrow \infty$ és $\delta \rightarrow 0$, a függvények folytonosak lesznek!

Ha a méreteloszlás sűrűségfüggvénye $f(x)$, annak valószínűsége, hogy egy méter $x=a$ és $x=b$ közé esik:

$$P = \int_a^b f(x) dx$$

Az eloszlásfüggvény alapján:

$$P = F(b) - F(a)$$



3. ábra Folytonos valószínűség eloszlás sűrűségfüggvénye és folytonos valószínűség eloszlás eloszlásfüggvénye

A két függvény közti összefüggés:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

2.2 Normál (Gauss) eloszlás

A méretszóródás a véletlennek van alárendelve az eloszlás normál (Gauss) eloszlás

A normál eloszlás sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

$\bar{x}$: középpérték

σ : szórás

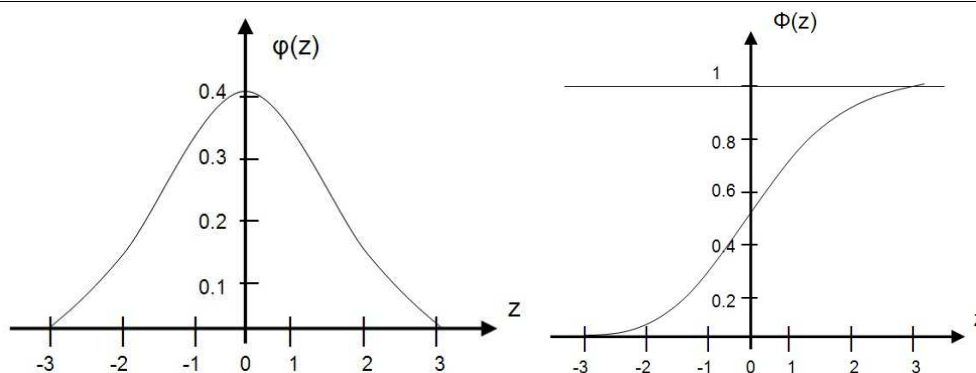
A normál eloszlás eloszlás függvénye:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dx$$

$F(x)$ értékek táblázatból határozhatók meg.

$\bar{x} = 0$ és $\sigma = 1$, valamint $\frac{x-\bar{x}}{\sigma} = z$ helyettesítéssel

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} \quad \Phi(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



4. ábra Normál (Gauss) eloszlás sűrűség és eloszlás függvényei

2.3 Szórás számítása a gyakorlatban

Legyen mindenkor a „műhelyrajzi adatokkal harmonizáló” elméleti eloszlás az a normális eloszlás, melynek várható értéke megegyezik az empirikus eloszlás közepes értékével (közepes méret) és természetes szórásterjedelme pedig az empirikus eloszlás szórásterjedelmével (tűrésmező szélesség). Tehát, az elméleti eloszlás várható értéke legyen azonosan egyenlő a műhelyrajzi középmezővel ($\bar{A}_i = \frac{1}{2}(A_{i\max} + A_{i\min})$) és természetes szórásmezeje a komponensek tűrésmezejével ($6\sigma_i = \vartheta_i$)! Ez esetben a zárótag eredő szórása a műhelyrajzi adatokból, közvetlenül a műhelyrajzi tűrésekből lesz számítható:

$$\sigma = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\vartheta_i}{6}\right)^2} = \frac{1}{6} \sqrt{\sum_i \vartheta_i^2};$$

$$\sigma = \frac{1}{6} \sqrt{k \cdot \sum_i \vartheta_i^2}, \text{ ahol } k=1, 1,3, 3;$$

Bár a fenti képlet már alapközelítésében is biztonságos számítást eredményez azzal, hogy a valóságban véges szórásterjedelmű összetevők helyett végtelen szórásterjedelmű elméleti eloszlásokkal számol, az ipari gyakorlat az eredő szórást mégis egy korrigált függvénnyel számítja a tapasztalati eredmények jobb közelítése és a számítási biztonság további növelése érdekében.

Amennyiben tehát igaznak feltételezhetjük, hogy az empirikus eloszlás jó közelítéssel helyettesíthető a tűrésmezővel azonos természetes szórásterjedelmű elméleti normális eloszlással, akkor az empirikus szórásfüggvény kimérése nélkül is tudunk várható bekövetkezési valószínűségeket számolni. A méretláncok elemzésekor alapvetően két fő logikai kérdésre keresünk határozott (illetve sztochasztikus) választ, azaz:

1. adott láncok (zárótag) $\Rightarrow$? zárótag kiadódó tűrése (? várható cserélhetőségi szint)
2. adott zárótag (cserélhetőségi szint) $\Rightarrow$? láncok tűrése (? tűrés illesztés módszere)

Szerelhetőségi vizsgálat – méretlanc analízis

A $\Phi(x)$ standard normál eloszlás integrál értékei (Excel: STNORMELOSZL(x) függvény)											
x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,5000	0,50	0,6915	1,00	0,8413	1,50	0,9332	2,00	0,9772	3,00	0,998650
0,01	0,5040	0,51	0,6950	1,01	0,8438	1,51	0,9345	2,02	0,9783	3,05	0,998856
0,02	0,5080	0,52	0,6985	1,02	0,8461	1,52	0,9357	2,04	0,9793	3,10	0,999032
0,03	0,5120	0,53	0,7019	1,03	0,8485	1,53	0,9370	2,06	0,9803	3,15	0,999184
0,04	0,5160	0,54	0,7054	1,04	0,8508	1,54	0,9382	2,08	0,9812	3,20	0,999313
0,05	0,5199	0,55	0,7088	1,05	0,8531	1,55	0,9394	2,10	0,9821	3,25	0,999423
0,06	0,5239	0,56	0,7123	1,06	0,8554	1,56	0,9406	2,12	0,9830	3,30	0,999517
0,07	0,5279	0,57	0,7157	1,07	0,8577	1,57	0,9418	2,14	0,9838	3,35	0,999596
0,08	0,5319	0,58	0,7190	1,08	0,8599	1,58	0,9429	2,16	0,9846	3,40	0,999663
0,09	0,5359	0,59	0,7224	1,09	0,8621	1,59	0,9441	2,18	0,9854	3,45	0,999720
0,10	0,5398	0,60	0,7257	1,10	0,8643	1,60	0,9452	2,20	0,9861	3,50	0,999767
0,11	0,5438	0,61	0,7291	1,11	0,8665	1,61	0,9463	2,22	0,9868	3,60	0,999841
0,12	0,5478	0,62	0,7324	1,12	0,8686	1,62	0,9474	2,24	0,9875	3,70	0,999892
0,13	0,5517	0,63	0,7357	1,13	0,8708	1,63	0,9484	2,26	0,9881	3,80	0,999928
0,14	0,5557	0,64	0,7389	1,14	0,8729	1,64	0,9495	2,28	0,9887	3,90	0,999952
0,15	0,5596	0,65	0,7422	1,15	0,8749	1,65	0,9505	2,30	0,9893	4,00	0,999968
0,16	0,5636	0,66	0,7454	1,16	0,8770	1,66	0,9515	2,32	0,9898		
0,17	0,5675	0,67	0,7486	1,17	0,8790	1,67	0,9525	2,34	0,9904		
0,18	0,5714	0,68	0,7517	1,18	0,8810	1,68	0,9535	2,36	0,9909		
0,19	0,5753	0,69	0,7549	1,19	0,8830	1,69	0,9545	2,38	0,9913		
0,20	0,5793	0,70	0,7580	1,20	0,8849	1,70	0,9554	2,40	0,9918		
0,21	0,5832	0,71	0,7611	1,21	0,8869	1,71	0,9564	2,42	0,9922		
0,22	0,5871	0,72	0,7642	1,22	0,8888	1,72	0,9573	2,44	0,9927		
0,23	0,5910	0,73	0,7673	1,23	0,8907	1,73	0,9582	2,46	0,9931		
0,24	0,5948	0,74	0,7704	1,24	0,8925	1,74	0,9591	2,48	0,9934		
0,25	0,5987	0,75	0,7734	1,25	0,8944	1,75	0,9599	2,50	0,9938		
0,26	0,6026	0,76	0,7764	1,26	0,8962	1,76	0,9608	2,52	0,9941		
0,27	0,6064	0,77	0,7794	1,27	0,8980	1,77	0,9616	2,54	0,9945		
0,28	0,6103	0,78	0,7823	1,28	0,8997	1,78	0,9625	2,56	0,9948		
0,29	0,6141	0,79	0,7852	1,29	0,9015	1,79	0,9633	2,58	0,9951		
0,30	0,6179	0,80	0,7881	1,30	0,9032	1,80	0,9641	2,60	0,9953		
0,31	0,6217	0,81	0,7910	1,31	0,9049	1,81	0,9649	2,62	0,9956		
0,32	0,6255	0,82	0,7939	1,32	0,9066	1,82	0,9656	2,64	0,9959		
0,33	0,6293	0,83	0,7967	1,33	0,9082	1,83	0,9664	2,66	0,9961		
0,34	0,6331	0,84	0,7995	1,34	0,9099	1,84	0,9671	2,68	0,9963		
0,35	0,6368	0,85	0,8023	1,35	0,9115	1,85	0,9678	2,70	0,9965		
0,36	0,6406	0,86	0,8051	1,36	0,9131	1,86	0,9686	2,72	0,9967		
0,37	0,6443	0,87	0,8078	1,37	0,9147	1,87	0,9693	2,74	0,9969		
0,38	0,6480	0,88	0,8106	1,38	0,9162	1,88	0,9699	2,76	0,9971		
0,39	0,6517	0,89	0,8133	1,39	0,9177	1,89	0,9706	2,78	0,9973		
0,40	0,6554	0,90	0,8159	1,40	0,9192	1,90	0,9713	2,80	0,9974		
0,41	0,6591	0,91	0,8186	1,41	0,9207	1,91	0,9719	2,82	0,9976		
0,42	0,6628	0,92	0,8212	1,42	0,9222	1,92	0,9726	2,84	0,9977		
0,43	0,6664	0,93	0,8238	1,43	0,9236	1,93	0,9732	2,86	0,9979		
0,44	0,6700	0,94	0,8264	1,44	0,9251	1,94	0,9738	2,88	0,9980		
0,45	0,6736	0,95	0,8289	1,45	0,9265	1,95	0,9744	2,90	0,9981		
0,46	0,6772	0,96	0,8315	1,46	0,9279	1,96	0,9750	2,92	0,9982		
0,47	0,6808	0,97	0,8340	1,47	0,9292	1,97	0,9756	2,94	0,9984		
0,48	0,6844	0,98	0,8365	1,48	0,9306	1,98	0,9761	2,96	0,9985		
0,49	0,6879	0,99	0,8389	1,49	0,9319	1,99	0,9767	2,98	0,9986		

(INVERZ.STNORM(x))

2.4 A cserélhetőségi szint számítása

Egy nagy tömegben gyártott szerelvény alkatrészeinek cserélhetőségi szintje nem más, mint annak valószínűsége, hogy a zárótag kiadódó mérete éppen az előírt tűrésmezőbe esik, azaz a zárótag előírt tűrésmezőjének bekövetkezési valószínűsége. A szerelési tűrést kielégítő esetek valószínűsége az eredő eloszlásgörbe alatti területtel arányos, és a következő (F) funkcionállal számítható:

$$P = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f(x) dx = \int_{-\infty}^{x_{\max}} f(x) dx - \int_{-\infty}^{x_{\min}} f(x) dx = F(x_{\max}) - F(x_{\min}) = F(A'_{\max}) - F(A'_{\min});$$

A bármely $\bar{A}$ várható értékű A_X méretekre alkalmazott $x = \frac{X - \bar{X}}{\sigma} = \frac{A_X - \bar{A}}{\sigma}$; standardizálási

formulát a $\phi = f(x, x=0, \sigma=1)$ standard normális eloszlásban illetve a $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \phi dx$ funkcionálban

használva az előírást teljesítő zárótag valószínűsége:

$$P(A_{\min} \leq A \leq A_{\max}) = \frac{P\%}{100} = P = \left(\Phi\left(\frac{A'_{\max} - \bar{A}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{A'_{\min} - \bar{A}}{\sigma}\right) \right); \quad \sigma = \frac{1}{6} \sqrt{\sum_i \vartheta_i^2};$$

Minthogy a (standard) normál eloszlás szimmetrikus a várható értékre, elegendő értékkészletét csak a pozitív argumentumon kifejteni, ahol a függvényértékek 0.5-től 1-ig terjednek (a $0-\infty$ -ig terjedő helyi értékekhez), a negatív tartományon pedig a következő átszámítási szabályt alkalmazni: $\phi(-x) = 1 - \phi(x)$! Ebből következően, egy a várható értékre nézve éppen szimmetrikus elhelyezkedésű előírt tűrésmező esetén a fenti függvény tovább egyszerűsíthető:

$$\frac{P\%}{100} = P = 2 \cdot \phi\left(\frac{A'_{\max} - \bar{A}}{\sigma}\right) - 1 = 2 \cdot \phi\left(\frac{\bar{A} - A'_{\min}}{\sigma}\right) - 1 = 2 \cdot \phi\left(\frac{\vartheta'}{2 \cdot \sigma}\right) - 1;$$

2.5 Részleges cserélhetőségi szintű eredő zárótag számítása:

Egy nagy tömegben gyártott szerelvény zárótagjának részleges cserélhetőségi szintű eredője nem más, mint a zárótag kiadódó méretének adott valószínűségi szinten bekövetkező szórássterjedelme, azaz egy előírt (P) valószínűségi szinten bekövetkező (ϑ^P) eredő szóródás a várható érték körül.

Keressük tehát azt a $\vartheta^{P\%}$ eredő zárótag tűrést a várható érték körül (tehát a szimmetrikus formula alapján), amelynek bekövetkezési valószínűsége egy adott P%. Ehhez a valószínűséghez, avagy az

$\bar{A} \pm \frac{\vartheta^{P\%}}{2}$ eredő tűréshez tartozó standard normál paraméter:

$$x = \frac{A'_{\max} - \bar{A}}{\sigma} = \frac{\bar{A} - A'_{\min}}{\sigma} = \frac{\vartheta^{P\%}}{2 \cdot \sigma};$$

Ennek – a várható érték körül szimmetrikusan elhelyezkedő – mezőnek a valószínűségét adja az előzőekben használt egyszerűbb formula:

$$\frac{P\%}{100} = 2\phi(x) - 1 = 2\phi\left(\frac{A'_{\max} - \bar{A}}{\sigma}\right) - 1 = 2\phi\left(\frac{\bar{A} - A'_{\min}}{\sigma}\right) - 1 = 2\phi\left(\frac{\vartheta^{P\%}}{2 \cdot \sigma}\right) - 1;$$

Átrendezve, majd az adott valószínűséggel bekövetkező eredő méretszóródáshoz most a standard normál eloszlás függvény illetve táblázat inverzét felhasználva:

$$\frac{1+P}{2} = \phi(x) = \phi\left(\frac{\vartheta^{P\%}}{2 \cdot \sigma}\right); \quad \frac{\vartheta^{P\%}}{2 \cdot \sigma} = x = \phi^{-1}\left(\frac{1+P}{2}\right);$$

azaz a tűrésmező fele, azaz a P% valószínűségű eredő zárótag félmezeje tehát:

$$\frac{\vartheta^{P\%}}{2} = x \cdot \sigma = \phi^{-1}\left(\frac{1+P}{2}\right) \cdot \sigma; \quad \text{ahol } \sigma = \frac{1}{6} \sqrt{\sum_i \vartheta_i^2};$$

Az eredő természetes szórásmező (6σ) is felfogható, mintegy 99,73%-os részleges cserélhetőségi szintű eredő zárótag tűrésmező szélesség, mely esetben viszont az eloszlásfüggvény használatára nincs szükség:

$$\sigma^{99.73\%} = 6\sigma = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2} = 6\sigma;$$

3 A szerelhetőség biztosítása

Avagy a szerelési tűrés biztosításának módszerei

Szerelés elemzési/tervezési cél: a zárótag előírt tűrésének kielégítése (tűrésillesztés) a lehető leghatékonyabb ill. leggazdaságosabb módszerrel, azaz a komponenseknek olyan méretezésének és tűrésezésének kialakítása, amellyel biztosítható a sikeres szerelési folyamat.

Tehát tűrésillesztési szempontból elemezendők (és esetleg módosítandók):

- az alkatrészek méretezése, méretláncai (az összetevők számának és eredő névleges méret csökkentése érdekében)
- az alkatrészek tűrésezése (várható érték és szóródás módosítása érdekében)

Általános megoldási módszerek:

- tagok számának csökkentése, pl. alkatrész méretezések átkottázása
- tűrésetlen méretek tűrésezése

A szerelési követelmények általában nem elégíthetők ki a fenti, globális megoldásokkal. Vagy szűkítjük a tűréseket, vagy kompromisszumot kell kötnünk az elvárásokkal, azaz alacsonyabb cserélhetőségi szinten kell, megvalósítsuk a szerelési folyamatot és/vagy költségesebb, szerelési folyamatba iktatott módszerekkel kell, éljünk. A jelenlegi szerelvénnyel zárótagjaira előírt egyre szigorodó tűrések biztosításának módszereit e kompromisszumok szerint is csoportosíthatjuk, nevezetesen a tervezett cserélhetőségi szint szerint, illetve a probléma megoldás ideje, helye és módja szerint; az alkatrészgyártásra vonatkozó előzetes tűrésszűkítésre (1) avagy a szerelés közben végrehajtandó (2) szerelési módszerekre:

(1) tűrésbiztosítási avagy selejtszint szerinti csoportosításban

- teljes cserélhetőség módszere (**tűrésszűkítés**, -csökkentés vagy -szigorítás)
- részleges cserélhetőség módszere (**tűrésszűkítés**, -csökkentés vagy -szigorítás)

és mind teljes, mind pedig részleges cserélhetőségi szinten

(2) tűrésbiztosítási mód szerinti csoportosításban végezhetünk továbbá

- utólagos illesztést megmunkálással (**kompenzálás**)
- utólagos illesztést mozgó vagy fix kompenzátor tagokkal (**beszabályozás**) avagy
- válogató **párosítást**

A módszerek alkalmazása a szerelés tömegességének függvényében:

Egyedi gyártás:	a) és teljes cserélhetőségi szintű c) esetleg d)
Kis sorozat:	a) és teljes cserélhetőségi szintű c) d)
Közép sorozat:	a) és teljes cserélhetőségi szintű c) d) e)
Nagy sorozat:	b) és teljes/részleges cserélhetőségi szintű c) d) e)
Tömeggyártás:	b) és részleges cserélhetőségi szintű c) d) e) és esetleg teljes cserélhetőségi szintű d) e)

A módszerek alkalmazása a szerelvénnyel alkotóelemeinek számától függően:

Kis elemszám:	a) és teljes cserélhetőségi szintű e)
Közepes elemszám:	a) és teljes cserélhetőségi szintű c) d) esetleg e)
Nagy elemszám:	b) és teljes/részleges cserélhetőségi szintű c) d)

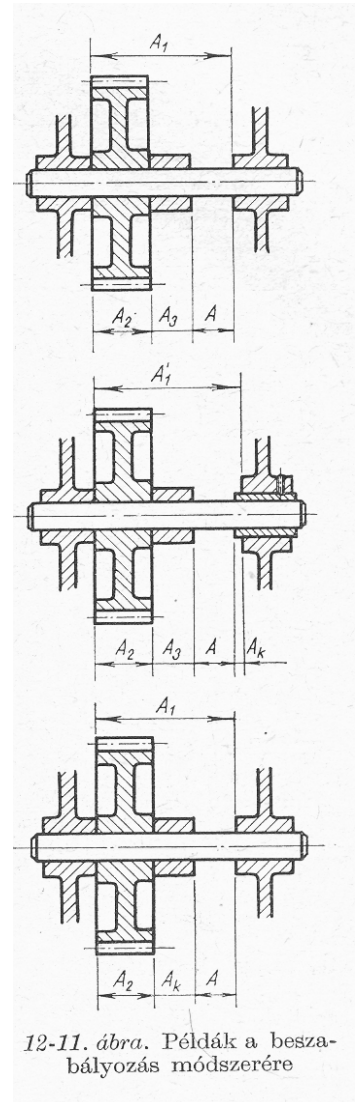
A **tűrészűkítés** módszerek azt jelentik, hogy a lánctagok tűréseit úgy határozzuk meg, hogy a zárótag tűrését selejt nélkül (vagy előre megadott selejtszinten), már a szerelési folyamat megkezdése előtt és minden további, a szerelési folyamatba iktatott, külön beavatkozás (válogatás, igazítás vagy beszabályozás) nélkül kell, hogy biztosítsák. A tűréssűkítés viszont éppen az elkerülendő – kisebb mértékű tűréscsökkentés által, avagy *kevésbé szigorú tűrések előírásával keletkező* – selejtköltségeket is messze meghaladó költségű új erőforrásokat igényelhet. Ezért a módszerek kiterjesztése részleges cserélhetőségi szintre nemcsak az általánosítás érdekében, hanem gazdaságossági szempontból is célszerű. A tűréssűkítés, viszont részleges cserélhetőségi szinten is műszaki értelemben határos módszert jelent.

Az **utólagos illesztés** módszerek nem járnak feltétlenül tűrésmódosítással, azaz azon kiindulópontunk, hogy a lánctagok a zárótagra előírt tűrést eredendően nem biztosítják, változatlan marad. Az előírt tűrést e módszer esetén a szerelvény egy előre kiválasztott tagjának méretmódosításával, avagy megfelelő méretű taggal történő helyettesítésével, kiegészítésével, azaz méretének szabályozásával biztosítjuk. A módszer alkalmazása a szerelvény, de legalábbis az illesztő tag konstrukciós áttervezésével, újabb szerelési műveletek kidolgozásával, beiktatásával jár. A tűréssűkítés költségvonzatait tehát e módszerrel elkerülhetjük, viszont a konstrukció illetve a szerelési folyamat változásainak, bővítésének közvetlen és közvetett kiadásai jelentősen növelhetik a szerelési költségeket. Az utólagos illesztés tehát az egyedi megoldások tipikus módszere.

A válogató **párosítás** módszerek sem követelik meg feltétlenül a tűrések szűkítését, nem feltétlenül járnak konstrukciós változással sem. E módszerek két kiválasztott – általában közvetlenül egymással kapcsolódó – szerelési egység méret szerinti válogatásával, pontosabban előválogatásával, az egységek tűrésemezén belüli szűkebb tartományokba sorolásával és a két „illeszkedő” szerelési egység ezen előre kialakított méretosztályainak szerelés közbeni párosításával biztosítják az előírt zárótag méretet és tűrést. A párosítás ezáltal csupán akkor követeli meg a tűréssűkítést, ha a válogatott pár eredeti tűrésszélessége olyannyira eltérő, hogy a zárótag mérete nem lesz az ellenpárok választásával beállítható. E módszerek általában a szerelési folyamat eszközköltségeit illetve előkészítési, karbantartási és minőségbiztosítási költségeit növelik jelentősen, mely költségek viszont magasabb sorozatszám, folyamatos vagy tömeggyártási viszonyok között elenyészőkké válhatnak. A párosítás tehát a tömeggyártás módszere.

A tűrésillesztési módszerek részletesebb tárgyalásához legyen egy m elemű méretláncban az előírt zárótag jellemzőinek $(A', A'_{\min}, A'_{\max}, \vartheta', \dots)$ és az összetevők módosított paramétereinek $(A'_i, A'_{i\min}, A'_{i\max}, \vartheta'_i, \dots)$ megkülönböztető jele a felső vessző ($'$), s a nem módosítható (pl. szabványos elemekhez tartozó méret-) tagok száma m_s , együttes tűrése ϑ_s ahol S illetve s a szabványos elemek indexhalmaza és az azokra vonatkozó paraméterek indexe. Ugyanígy az R illetve r a módosítható (redukált) elemek indexhalmaza illetve az azokra vonatkozó paraméterek indexe. Tehát a szabványos és a redukálható avagy redukált elemek eredő tűrése (teljes empirikus szóródása):

$$\vartheta_s = \sum_{i \in S} \vartheta'_i < \vartheta'; \quad \text{és} \quad \vartheta_r = \sum_{i \in R} \vartheta'_i = \sum_{i \in S} \vartheta'_i = \vartheta - \vartheta_s;$$



12-11. ábra. Példák a beszabályozás módszerére

3.1 Teljes cserélhetőség

A teljes cserélhetőséget az jellemzi, hogy a zárótag tűrését a lánc tagok tűrései selejtmentesen, minden további szerelés közbeni külön beavatkozás (válogatás, igazítás) nélkül biztosítják. A lánc tagok eredeti tűrését már a szerelési folyamat megkezdése előtt úgy kell előírni, módosítani, hogy az alábbi feltételt kielégítsék:

$$\vartheta' = \sum_{i=1}^{m-1} \vartheta_i' \leq \sum_{i=1}^{m-1} \vartheta_i = \vartheta; \text{ ahol } \vartheta_i \text{ és } \vartheta_i': \text{ az eredeti és módosított tűrésérték.}$$

Mivel az összefüggés $m > 1$ esetén ϑ_i' -re határozatlan, további feltételek szükségesek:

Egyenlő hatások elve (azaz azonosan átlagos tűrés, avagy módosítás mellett):

$$\text{durva közelítéssel: } \vartheta_i' = \vartheta_{iköz} = \frac{\vartheta'}{m-1} \text{ minden tűrést átlagos értékre módosít,}$$

$$\text{illetve } \vartheta_i' = \vartheta_i - \Delta\vartheta; \text{ ahol } \Delta\vartheta = \frac{\vartheta - \vartheta'}{m-1} \text{ azonosan módosít.}$$

Az így kapott tűrésértékeket az egyes lánc tagokra korrigálni kellene. A korrekció célja az azonos gyártási nehézség. Legdurvább közelítés, ha a korrekciót méret szerint, míg finomabb közelítést kapunk, ha a tűrés szerint végezzük.

Arányos hatások elve: $\vartheta_i' = k \cdot \vartheta_i$; ahol $k = \frac{\vartheta'}{\vartheta}$;

Azokban az esetekben, mikor a lánc tagok között olyan tag is szerepel, amelynek tűrései egyáltalán nem módosíthatók (pl. szabványos vagy tömegesen beszerezhető, katalogizált piaci alkatrészek, ...) a fenti egyenleteket ezen elemek tűrésmezejével csökkentett előírt és eredő tűrésmezőkkel kell alkalmazni, azaz:

$$\text{Redukált eredő } \sim: \vartheta_r = \vartheta - \vartheta_s; \text{ és redukált előírt tűrésmező: } \vartheta_r' = \vartheta' - \vartheta_s;$$

Ezzel az egyenlő és arányos hatások elvének általánosított módosító paraméterei:

$$\vartheta_i' = \vartheta_{köz}' = \frac{\vartheta_r'}{m_r - 1}; \quad \Delta\vartheta = \frac{\vartheta - \vartheta'}{m_r - 1} = \frac{\vartheta - \vartheta'}{m - m_s - 1}; \quad \text{és} \quad k = \frac{\vartheta_r'}{\vartheta_r} = \frac{\vartheta' - \vartheta_s}{\vartheta - \vartheta_s};$$

A teljes cserélhetőség módszerének előnye:

- egyszerű szerelés, betanított munkások is végezhetik,
- a műveletekre szabatos norma adható,
- egyszerűsödik a tartalékalkatrész-gyártás.

Hátránya:

- drága alkatrészgyártás (pl. a túlerőltetett tűrésszűkítés miatt)
- gazdaságtalan tűréskihasználtság; az esetek túlnyomó többségében az előírtnál jóval szigorúbb illesztést eredményez.

Alkalmazás:

- kevés tagú méretlánc (furat-csap illesztés),
- többtagú méretlánc esetén a tömeggyártásban fordul még elő, mikor a különleges gyártóeszközök alkalmazásával a fokozott pontosságú alkatrészek előállítása gazdaságos lehet (pl. gépkocsi hajtóműgyártás).

Az összes többi tűrésillesztési módszer kompromisszumokra (!) épül.

3.2 Részleges cserélhetőség

A részleges cserélhetőség módszerét alkalmazva a válogatás nélkül összeszerelt alkatrészek nem biztosítják minden esetben a zárótag előírt tűrését, megjelenik a selejt.

$$\vartheta' < \sum_{i=1}^{m-1} \vartheta_i' \approx \sum_{i=1}^{m-1} \vartheta_i;$$

Attól függően, hogy milyen (P%) valószínűséget kívánunk meg arra nézve, hogy a zárótag mérete az előírt tűrésmezőbe essék, a tagok tűrése „bővíthető” az előzőekben tárgyalt tűrésekhez képest, azaz kisebb mértékben szűkítendő, ha a selejtszint meghaladná a megengedett szintet.

Az eredő (zárótag) természetes szórásterjedelme az eredő szórás hatszorosa által kijelölt szórás terjedelem, amely a ~99.73%-os valószínűséggel bekövetkező zárótag méretek mezeje:

$$\vartheta^{99.73\%} = 6\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \vartheta_i^2}; \text{ azaz az eredő szórást az összetevők tűréseiből, mint természetes szórásmezők}$$

eredőjéből számíthatjuk, közelíthetjük:
$$\sigma = \frac{1}{6} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \vartheta_i^2}$$

Részleges cserélhetőségi módszer esetén éppen ezt a közelítést felhasználva az összetevők tűrésértékeinek tűrésarányos szűkítését illetve bővítését ($\vartheta'_i = c \cdot \vartheta_i$) az eredő és előírt szórások hányadosával számíthatjuk (legyen az előírt valószínűséghez tartozó szórás jele: σ' , és az ehhez szükséges összetevő tűrésmezőké pedig: ϑ'_i , miközben az összetevők tűréseit továbbra is ϑ_i jelöli). Az új szórásra igaz, hogy:

$$\sigma' = \frac{1}{6} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} (\vartheta_i')^2} = \frac{1}{6} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} (c \cdot \vartheta_i)^2} = c \frac{1}{6} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \vartheta_i^2} = c \cdot \sigma;$$

azaz $c = \frac{\sigma'}{\sigma}$; ahol az előírást teljesítő új szórás a cserélhetőségi szintből számítható,

azaz $\sigma' = \frac{\vartheta'}{2 \cdot x}$; ahol $x = \Phi^{-1}\left(\frac{1+P}{2}\right)$; és $P < 1$ az előírt cserélhetőségi szint.

Részleges cserélhetőség módszere esetén is figyelembe kell venni a lehetőségét olyan lánctagoknak, amelyeknek tűréseit nem módosíthatjuk. Ez esetben a teljes cserélhetőség módszeréhez hasonlóan, azonban most – a fenti levezetésnek megfelelően – a redukált szórásokkal kell a korrekciós paramétert számítanunk:

a redukált eredő: $\sigma_r = \sqrt{\sigma^2 - \sigma_s^2}$ és előírt redukált szórás: $\sigma'_r = \sqrt{\sigma'^2 - \sigma_s^2}$

és a szabványos elemek szórása: $\sigma_s = \frac{1}{6} \sqrt{\sum_{i \in S} \vartheta_i^2}$.

Ezzel az arányos hatások elvének általánosított módosító paramétere:

$$\vartheta'_i = c \cdot \vartheta_i; \text{ ahol } c = \frac{\sigma'_r}{\sigma_r} = \frac{\sqrt{\sigma'^2 - \sigma_s^2}}{\sqrt{\sigma^2 - \sigma_s^2}} = \sqrt{\frac{(6\sigma')^2 - \sum_{i \in S} \vartheta_i^2}{\sum_{i \notin S} \vartheta_i^2}};$$

Minthogy végtelen megoldási lehetőséggel kivitelezhető egy adott szerelvény tűrésillesztése tűrésszűkítéssel, az alkalmazás előtt feltétlen ellenőrizni kell az új eredő értékeket. Az ellenőrzés két lépésben történik;

- a zárótag várható értékének számítása $\bar{A}^*$, és
- a bekövetkezési valószínűség ellenőrzése!

Tűrésszűkítéssel elért cserélhetőségi szint:

$$P(A'_{\min} \leq A^* \leq A'_{\max}) = \Phi\left(\frac{A'_{\max} - \bar{A}^*}{\sigma^*}\right) - \Phi\left(\frac{A'_{\min} - \bar{A}^*}{\sigma^*}\right);$$

ahol a * a módosítás utáni állapotot jelöli.

A részleges cserélhetőségi módszer

Előnye

- a teljes cserélhetőség módszernél írtak és
- jobb tűrés kihasználtság

Hátránya viszont, hogy

- selejtszűrés szükséges
- az alkatrészgyártás még mindig költséges lehet

Alkalmazás:

- többtagú méretlánc
- nagysorozat illetve tömeggyártás