

3. GEOMETRIAI MODELLEZÉS

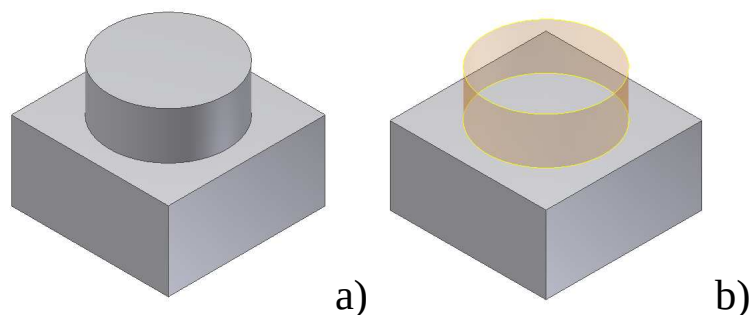
Molnár László – Dr. Váradí Károly

Általános értelemben a modell nem más, mint a valós vagy elképzelt objektum mása, annak szűkített információkkal való leképzése. A számítógépes geometriai modell az objektum alakját, méreteit képezi le. Kezdetben a számítógépes modellezés során többnyire megelégedtek az objektumok síkbeli, kétdimenziós (2D-s) vetületi ábrázolásával, de napjainkban a számítógépes geometriai modell alatt egyre inkább a háromdimenziós (3Ds) huzalváz-, felület- vagy testmodellt kell érteni.

Az ideális geometriai modellezőrendszer kidolgozására irányuló törekvések eredményeképpen ma már a módszerek széles választéka áll rendelkezésre. De mindennek ellenére sem sikerült olyan univerzális megoldást kifejleszteni, amelyik a termékek geometriai modelljével szemben támasztott minden igényt önmagában ki tudna elégíteni. Az ismert módszerek a terméktől, valamint a feladattól függően eltérő alkalmazási lehetőségeket kínálnak.

A tapasztalatok azt mutatják, hogy a geometriai modellezőrendszerek elvi alapjainak megfelelő mélységű megismerése egyrészt elősegíti a hatékony modellezési munkát, másrészt meggyorsítja a korábban nem használt CAD rendszerek elsajátítását. A geometriai modellezéshez kapcsolódó ismeretek segítik továbbá a felhasználói kézikönyvek, segédletek megértését, csökkentik a modellezés során elkövetett hibákat.

Topológiai szempontból közelítve a geometriai modellező rendszerek két alapvető csoportra bonthatók. Az egyik csoportba tartoznak azok a modellező rendszerek, amelyek olyan alakzatok modellezésére alkalmasak, amelyek kétdimenziós pontsokaságra leképezhetők. Ezek az ún. **manifold** modellező rendszerek. A **nemmanifold** topológiájú objektumok általában nem valószerűek, kétdimenziós pontsokaságra nem képezhetők le. Ez rendszerint abból adódik, hogy a modellben eltérő dimenziójú (1D, 2D vagy 3D) alapegységekből felépülő részek találhatók, vagy kapcsolódnak egymáshoz (3.1. ábra).



3.1. ábra. a) manifold modell (a hasáb is és a henger is test);
b) nem manifold modell (a hasáb test, a henger felület).

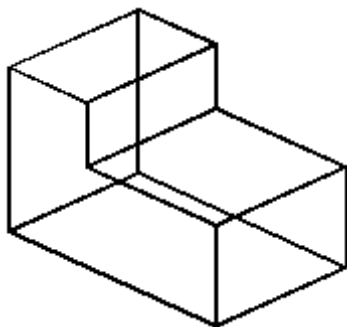
A **manifold** objektumokra alkalmazható modellező rendszereket az alakjellemző információk teljessége alapján további két csoportra lehet felosztani. A **nem teljes értékű modellező rendszerek** csoportjába tartozik a **huzalváz-** és a **felületmodellezés**, a **teljes értékű**

modellező rendszerek csoportjába a **palástmodellezést** és a **testmodellezést** lehet besorolni.

3.1 Nem teljes értékű modellező rendszerek

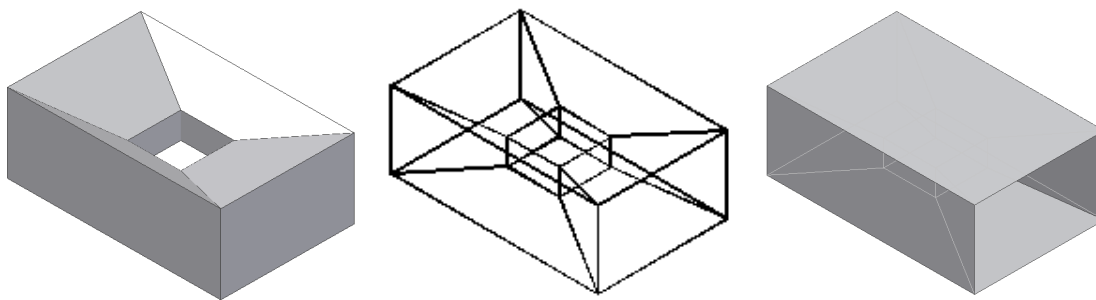
3.1.1. Huzalváz-modellezés

A huzalváz-modell a modellezett objektum felületeit határoló éleket jeleníti meg, a felületeket viszont nem. Ezeket az éleket egyenesek, ívek és görbék alkotják (3.2. ábra). A huzalváz-modellezést a felhasználó a gyakorlatban az objektum megfelelő geometriai pontjainak megadásával, a pontokat összekötő görbék (egyenesek, körívek, kúpszelet görbék, stb.) jellemzőinek meghatározásával, és geometriai transzformációk alkalmazásával végzi.



3.2. ábra. Huzalváz-modell.

A huzalváz-modellezés egyik alapvető fogyatékosága, hogy a megjelenített modell nem egyértelműen szemlélteti a modellezett objektumot. A 3.3. ábra mutat erre egy példát, amikor is a két bemutatott, más felépítésű objektumhoz ugyanaz a huzalváz tartozik.



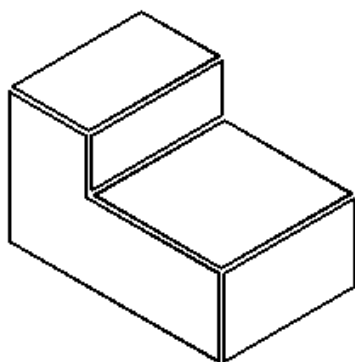
3.3. ábra. Huzalváz-modellek értelmezési bizonytalansága.

Ennek a modellezési módnak további hátránya, hogy a megjelenített képen minden él látszik, láthatóságot nem lehet megjeleníteni. Térfogat és tömeg jellemzők nem határozhatók meg, ütközés vizsgálat nem végezhető, mechanikai, gyártástechnológiai számítások elvégzésére nem használható. A hosszadalmas és nehézkes adatmegadás miatt alaktervezésre, bonyolultabb formák megadására nem alkalmas. Jelentősége abban van, hogy a modellek szerkesztés közbeni állapotának megjelenítésére ma is ezt a módot használják. Gyakran a felület-, illetve a palástmodellezés alapjául szolgálhatnak.

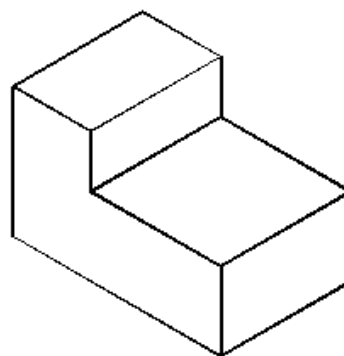
3.1.2. Felületmodellezés

A felületmodellezés véges, zárt, szabadformájú felületfoltok tervezésére irányul, amelyekből az objektum határoló felületeit a felületfoltok geometriai pozicionálásával és különböző folytonossági megszorítások előírásával hozzák létre. Ez a modellezési mód a topológiai információkat nem kezeli. A 3.4. ábrán bemutatott felület modellen a nem érintkező felületek azt hivatottak szemléltetni, hogy a felületek csak „látvány” szintjén összefüggőek.

A felület modell alkalmas bonyolultabb alakok, formák, megadására, takartvonalas megjelenítésre, vagy árnyékolt képek előállítására, de továbbra sem alkalmas térfogat vagy tömeg jellemzők számítására, ütközés vizsgálatra, és nem alkalmas mérnöki számításokhoz numerikus modell készítésére.



3.4. ábra. Felületmodell.



3.5. ábra. Palástmodell.

3.2 Teljes értékű modellező rendszerek

3.2.1. Palástmodellezés

A palástmodellezés az objektum véges, zárt burkát (a palástot) poliéderes közelítéssel vagy valószerű geometriával írja le. A palást-modellezés módszertanilag kihasználja azt az alapfeltevést, hogy minden fizikai objektumnak egyértelműen meghatározható határoló felülete van. Ez a határoló felület geometriai szempontból a palást, amely a felületfoltok folytonos záródó halmaza. Ez a modellezési mód a modellt az egyéb információk mellett topológiai szempontból is teljeskörűen jellemzi (3.5. ábra).

A palástmodellező módszer – angol nevén *Boundary-representation* (röviden *B-rep*) – ötvözi a huzalváz-modellezés együttes geometriai és topológiai struktúra kezelését a felületmodellezés felületfolt leírásával. Mivel minden valós fizikai objektum palástja zárt és folytonos, a palástmodellezés az objektum palástját végesnek, folytonosnak és zártnak tekinti, ahol is a palástot képező lapokat élek határolják, az éleket pedig a csomópontok határozzák meg.

A palástmodellező eljárás két alfaja terjedt el. Az egyik az ún. **poliéderes palástmodell**, amelyik a modellezett objektumot sík lapokkal írja le vagy közelíti. A görbült felületek leírására analitikus összefüggések is használhatók, de mivel ezek explicit formájúak lehetnek csak, alkalmazhatóságuk korlátozott. A **valósághű palástmodellezés** szabadformájú felületek használatát is megengedi, így az objektumot a számítógép számábrázolási pontosságának megfelelő pontossággal lehet leírni.

A palástmodell – a felület-modell felsorolt előnyei mellett – alkalmas térfogat és tömegszámításra, ütközés vizsgálatok elvégzésére, végelem hálókészítésre, illetve gyártástechnológiai tervezések elvégzésére. Kifejezetten előnyösen használható a számjegyzéklésű megmunkálás (NC) programozásában, vagy a peremelemes szilárdsági vizsgálatok modell alkotásában.

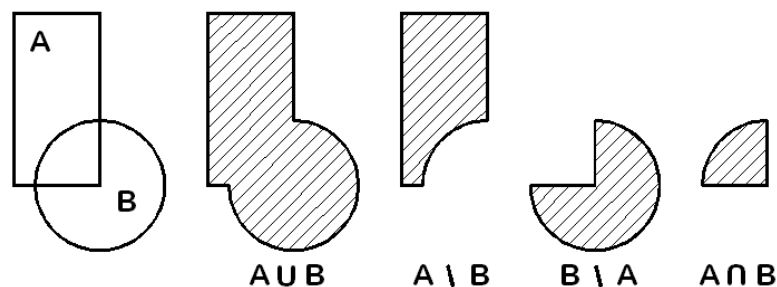
3.2.2. Testmodellezés

A test- vagy más néven térfogat-modellezés az objektumokat véges, zárt, reguláris pont-halmazként írja le. A testmodell teljes, jellemző és tömör leírása az objektumnak. Az adat-szerkezetben a testet felépítő alapegységek és ezek kapcsolatainak leírása is megtalálható. A testmodellezés lényegesen egyszerűbb, mint akár a huzalváz, akár a felület, vagy akár a palástmodellezés.

A testmodellezéshez halmazalgebrai műveletek elvégzésére van szükség. A halmazalgebrai műveletek – vagy más néven kompozíciós műveletek – az alábbiak:

- ⊗ a **kompozíciós műveletek** általános jelölése;
- ∪ **UNION** vagy **összeadás**: két diszkrét test pontthalmazainak összekapcsolása;
- \ **DIFFERENCE** vagy **kivonás**: két diszkrét test pontthalmaz különbségének képzése;
- ⊖ **SUBTRACT** vagy **közösrész képzés**: mindkét testben megtalálható pontok rész halmazát képezi;
- ⊕ **GLUE** vagy **összeragasztás**: ha két test felület vagy él mentén érintkezik, akkor a *Boole*-műveletek végrehajtása bizonytalan, ekkor az összeadás helyett az összeragasztást célszerű használni.

A 3.6. ábra grafikus szemlélteti a testmodellezés kompozíciós műveleteit, amikor is az egyik pontthalmazt **A**-val, a másikat pedig **B**-vel jelöljük.



3.6. ábra. A kompozíciós műveletek grafikus értelmezése.

A testmodellezés feltevéseit az alábbiakban foglaljuk össze:

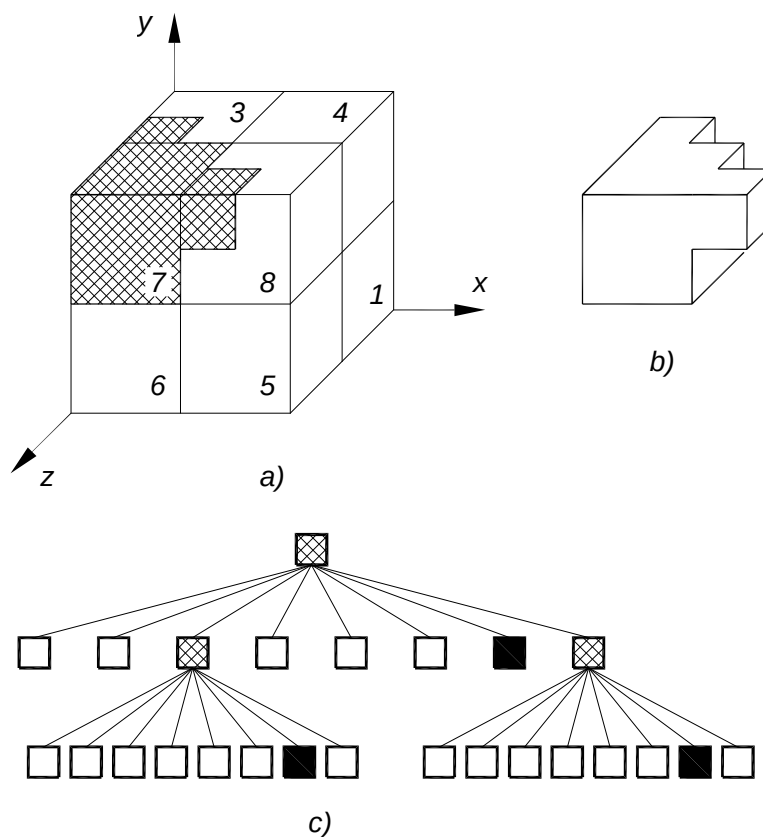
- ◆ az objektum merev test, vagyis konkrét és invariáns alakja van, amit nem befolyásol a térbeli hely vagy helyzet;
- ◆ az objektum az általa elfoglalt teret homogénen kitölti, vagyis a modell belseje a burkon keresztül mindig a modell komplementerével kapcsolódik;

- ♦ az objektum kiterjedése véges, vagyis a modell leképezhető a számítógépes megjelenítés érdekében;
- ♦ az objektum véges számú elemi test kompozíciójaként létrehozható, vagyis az objektum modellje a számítógépben tárolható;
- ♦ az objektum a merevtest-szerű mozgások szempontjából zárt halmazként modellezhető.

Napjainkra a testorientált modellezőrendszerek sokféle változata alakult ki, amelyeket a modell volumetrikus megalkotása alapján **térfogat-lebontási**, illetve **térfogat-feltöltési** csoportokba sorolhatjuk. A térfogat-lebontásos modellezés két alkalmazott eljárása a **hasáblebontó modellezés** és a **félteres modellezés**. A térfogat feltöltéses modellezés területéről ugyancsak két eljárást ismertetünk az **elemi sejtekkel való modellezést** és az **elemi testekkel való modellezést**.

3.2.2.1. Testmodellezés – Hasáblebontó módszer

A hasáblebontáson alapuló modellezés a véges tértartományt nyolc részre bontja (nyolcadolást hajt végre), majd egyenként megvizsgálja, hogy egy-egy tértartomány teljesen, vagy részlegesen feltöltött-e, vagy üres. Azokat a résztartományokat, amelyek teljesen feltöltöttek, vagy egyáltalán nem feltöltöttek, a további vizsgálatokból ki lehet zárni. A részben feltöltött tartományok újabb lebontása eredményeképpen kapott nyolcadok képezik a hierarchikus fa harmadik szintjét, ahol is a korábban leírt eljárást meg kell ismételni. Az eljárás lényegét a 3.7. ábra szemlélteti.



3.7. ábra. Hasáblebontó modellezés.

Ez az ún. hierarchikus dekompozíciót alkalmazó módszer merőleges sík felületekkel határolt objektumok esetén pontos, ferde és görbült felületek esetén csak közelítő leírásra alkalmas. A közelítés pontosságát a lebontás mélységével lehet befolyásolni.

Az eljárás előnye, hogy rendkívül egyszerűen algoritmizálható, és alkalmazása nem igényel speciális felhasználói ismereteket.

3.2.2.2. Testmodellezés – Féltér módszer

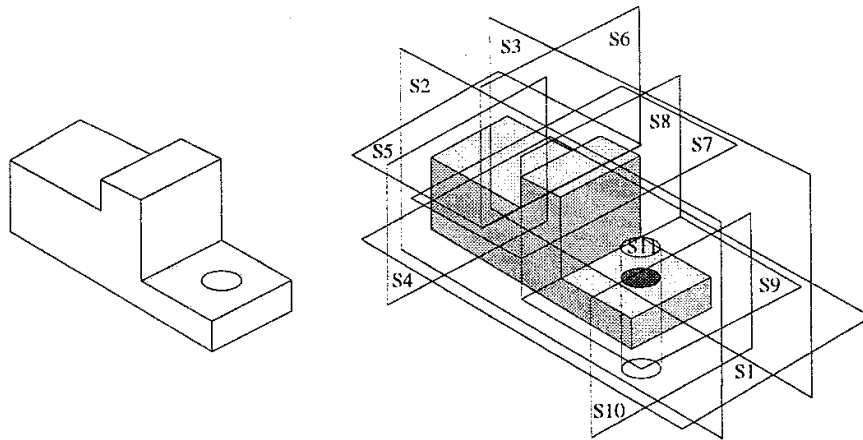
A lebontásos féltéres modellezés jellegzetessége, hogy az objektum által elfoglalt térfogat behatárolását végtelen kiterjedésű felületekkel hajtja végre, amelyek a teret két végtelen kiterjedésű tartományra bontják. A végtelen kiterjedésű felületeket a modellezendő objektum felületeire fektetjük, és a felület egyik oldalán lévő féltérteret üresnek, a másikat anyaggal feltöltöttnek tételezzük fel. A féltér definíciója:

$$H = \{P : P \in E^3 \text{ és } f(P) < 0\}, \quad (3.1)$$

ahol P az E^3 egy pontja, $f(P)$ pedig a felület egyenlete. A modellezett S test térfogatát a H_i féltérek közös része (metszete) adja:

$$S = \cap \left(\sum_{i=1}^n H_i \right). \quad (3.2)$$

Egy téglatest például 6 féltér metszeteként írható le. A 3.8. ábra a féltéres modellezésre mutat egy példát.



3.8. ábra. Féltér-lebontó modellezés.

A teret elválasztó felület nem csak sík, hanem tetszőleges felület lehet. A nem sík felület alkalmazására egy példa a 3.8. ábrán látható, ahol az S11 jelű felület például egy henger, amivel a furat hozható létre. Néhány példa az implicit alakban megfogalmazott felület-egyenletekre:

Síkfelület:	$\{(x, y, z): z = 0\};$	
Hengerfelület:	$\{(x, y, z): x^2 + y^2 = R^2\};$	
Kúpfelület:	$\{(x, y, z): x^2 + y^2 = [(R/H)z]^2\};$	
Gömbfelület:	$\{(x, y, z): x^2 + y^2 + z^2 = R^2\};$	
Tórusz:	$\{(x, y, z): x^2 + y^2 + z^2 - R_2^2 - R_1^2 = 4R_2^2(R_1^2 - z^2)\}.$	(3.3)

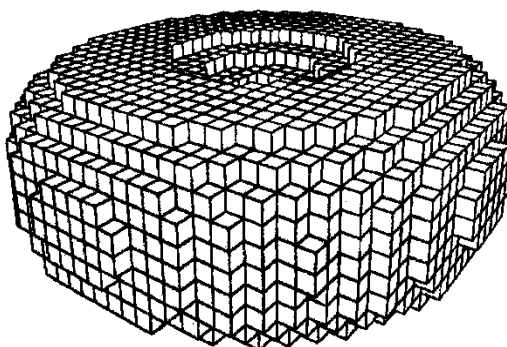
A féltér modellezés hátránya, hogy a felhasználónak jól kell ismernie a modellezéshez kapcsolódó törvényeket, mert egyébként könnyen nem zárt objektum jöhet létre. Az eljárás alkalmazása összetett objektumok esetében körülményes, nehéz modellezni a belső üreggel, vagy egymást metsző furatokkal rendelkező testet. A módszer tipikus alkalmazási terület a technológiai tervezés, mert kellemesen használható az NC forgácsolási műveletek megmunkálási felületeinek leírására.

3.2.2.3. Testmodellezés – Elemi sejtekkel való modellezés

Az elemi sejtekkel való modellezés esetén az alkatrészek a méretüknél több nagyságrenddel kisebb, ún. **izomorf cellákból** épülnek fel (3.9. ábra). Lényegét tekintve ez egy követő modellező módszer, mert a sejtekkel való feltöltés feltételezi a geometriai alak előzetes létezését, bár elvileg új geometriai alak létrehozására is alkalmas. Az új geometria létrehozása azonban rendkívül aprólékos és időigényes munkát követel.

Az elemi sejtek alakja, mérete egy modellen belül is változhat, de az egyszerűbb adattárolási séma kialakítása érdekében a modellezést általában morfológiailag homogén sejtekkel végzik. Az eljárás lényegéből következik, hogy a nagyszámú sejt adatainak feldolgozása nagy tárolókapacitást és számítási teljesítményt igényel.

Az elemi sejtekkel való modellezés a numerikus eljárások (végelem, peremelem módszer) modellezési eszköze. A 3.10. ábra példaképpen egy alkatrész 3D-s geometriai modelljét, és a kis tetraéder elemekből felépült végeelemes modelljét mutatja.

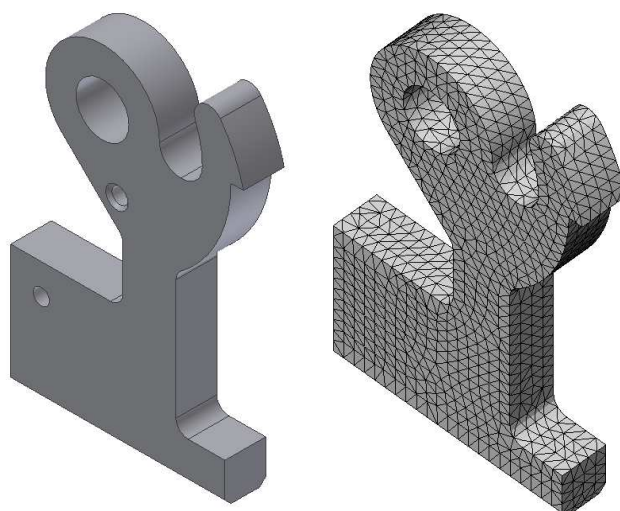


3.9. ábra. Elemi sejtekkel való modellezés.

3.2.2.4. Testmodellezés – Elemi testekkel való modellezés

Az elemi geometriai testekkel való modellezés esetén az alkatrészek a méretük nagyságrendjébe eső, meghatározott geometriájú, ún. testprimitívekből épülnek fel a kompozíciós műveletek felhasználásával. Az elemi testeket összeépítő modellezési eljárás angol elnevezése **Constructive Solid Geometry**, vagy röviden **CSG** modellezés. Valamennyi volumetrikus modellezési eljárás közül az elemi testekkel való modellezés a legelterjedtebb. A köznap szöveghasználatban a **testmodellezés** kifejezést erre a modellezési formára szokták használni.

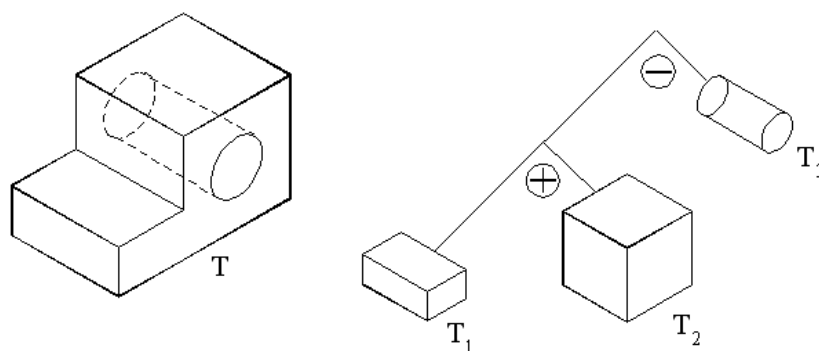
A **testmodell** teljes, jellemző és tömör leírása az objektumnak, és lehetővé teszi az integrált és automatizált tervezést.



3.10. ábra. Egy alkatrész 3D-s geometriai és végeselemes modellje.

A testmodellezés eszközkészletének két alapvető csoportját a **T_i elemi geometriai testek** és a **$\otimes$ kompozíciós műveletek** jelentik ($\otimes$ jellel összefoglalóan a kompozíciós (halmaz) műveleteket jelöljük).

A 3.11. ábra egy egyszerű példát mutat az elemi testekkel való modellezésre, ahol T_1 , T_2 és T_3 a testprimitívek, T pedig az összetett test. Az ábra szerinti T összetett test a T_1 és T_2 primitívek megfelelő pozicionálás utáni összeadásával, és a T_3 primitív ugyancsak megfelelő pozicionálás utáni kivonásával jön létre. Megjegyezzük, hogy a T_1 és T_2 primitívek esetében az összeadás ($\cup$) helyett az összeragasztás ($\oplus$) kompozíciós művelet is használható.



3.11. ábra. Elemi testekkel való modellezés.

3.3 A testmodellezés halmazelméleti megközelítése

A volumetrikus modellezés az objektum alakját az elemi geometriai testek által elfoglalt **tértartományok kompozíciójával** hozza létre. Legyen

$$T_1, T_2, T_3 \dots T_i \dots T_n \quad (3.4)$$

az E^3 térben véges kiterjedésű, zárt és reguláris elemi testek ponthalmaza. A $\mathbf{T}$ jelű összetett test az elemi testek kompozíciójaként származtatható:

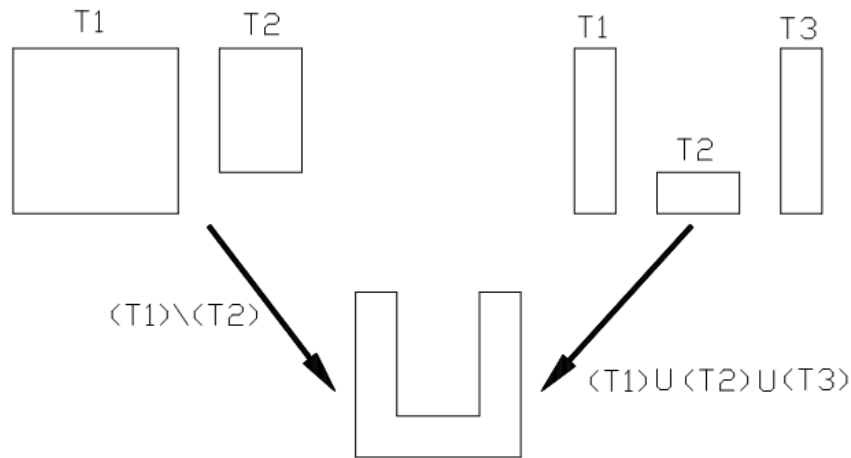
$$\mathbf{T} = \otimes(\mathbf{T}_i), \quad \text{ahol} \quad 1 \leq i \leq n, \quad (3.5)$$

ahol $\otimes$ a lehetséges kompozíciós műveleteket jelöli (ezek, mint már írtuk, $\cup$ az egyesítés, $\setminus$ a kivonás, $\cap$ a közös rész képzés és $\oplus$ az összeragasztás).

A (3.5) egyenletet kifejtve:

$$\mathbf{T} = (((((\mathbf{T}_1) \otimes \mathbf{T}_2) \otimes \mathbf{T}_3) \dots \otimes \mathbf{T}_i) \dots \otimes \mathbf{T}_n). \quad (3.6)$$

A fenti egyenlet – ha a $\mathbf{T}_i$ tartományok regulárisak – matematikailag teljes és egyedi eredményobjektumot hoz létre, de a kompozíció (a létrehozás módja) nem egyértelmű. Ez azt jelenti, hogy ugyanaz az eredményobjektum más $\mathbf{T}_i$ testprimitívekből és más kompozíciós műveletekkel is létrehozható. Erre mutat példát a 3.12. ábra.



3.12. ábra. Ha a $\mathbf{T}_i$ tartományok regulárisak, az eredmény-objektum teljes és egyedi.

Geometriai szempontból a $\mathbf{T}_i$ elemi geometriai testek mérete a $\mathbf{T}$ modellhez hasonló nagyságrendű és számosságuk véges.

A reguláris tartomány magyarázatához vezessünk be néhány fogalmat. A $\mathbf{T}$ testmodellt ponthalmazként definiálva, az objektum határa a modellteret külső és belső ponthalmazra bontja. Jelölje

- $b\mathbf{T}$ a modell belsejét;
- $h\mathbf{T}$ a modell határát vagy palástfelületét;
- $k\mathbf{T}$ a modell komplementer ponthalmazát (azaz a külső pontokat).

Ezzel a teljes modellter a három ponthalmaz összegeként írható le, azaz

$$\mathbf{M} = b\mathbf{T} \cup k\mathbf{T} \cup h\mathbf{T}. \quad (3.7)$$

Maga a modell, ami a modell belsejét és a modell határfelületét jelenti:

$$\mathbf{T} = b\mathbf{T} \cup h\mathbf{T} = bh\mathbf{T}, \quad (3.8)$$

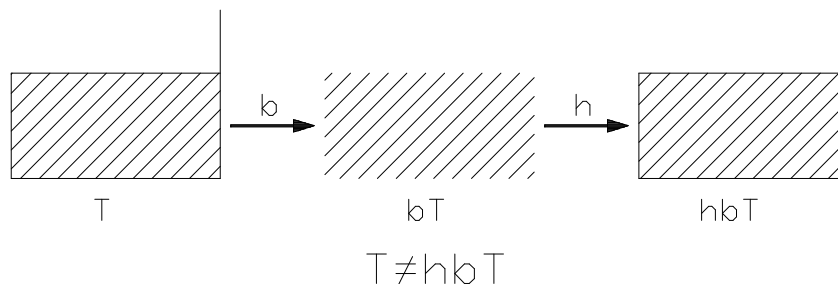
a modell határfelülete, ami lényegében megfelel a palástmodellnek:

$$h\mathbf{T}, \quad (3.9)$$

Reguláris egy $\mathbf{T}$ tartomány akkor, ha teljesül a következő feltétel:

$$\mathbf{T} = hb\mathbf{T}, \quad (3.10)$$

vagyis, ha a $\mathbf{T}$ tartomány belsejének burkolóját képezve az megegyezik az eredeti $\mathbf{T}$ tartománnyal. A 3.13. ábra egy nem reguláris tartományra mutat példát. A $\mathbf{T}$ ponthalmazon egy ún. lengő él található, ami a $hb\mathbf{T}$ tartományon már nincs rajta, így a (3.10) egyenlőség nem teljesül. Nem reguláris tartományok leggyakrabban különböző dimenzió számú geometriai építőelemek kapcsolódásakor fordulnak elő, amikor 2D-s elemekhez élek, vagy 3D-s elemekhez lapok kapcsolódnak.

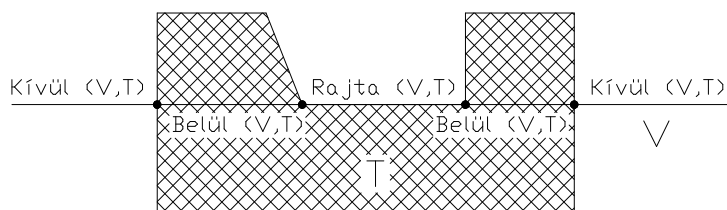


3.13. ábra. Példa a nem reguláris tartományra.

A testmodellezés sajátos és nem minden problémától mentes területe annak vizsgálata, hogy bizonyos pontok bent foglaltatnak-e egy adott tartományban. A bentfoglaltsági információk fontosak

- a felületszerű megjelenítés;
- a mérnöki mennyiségek számítása;
- az ütközés-vizsgálat szempontjából.

A 3.14. ábra szerinti példa egy $\mathbf{T}$ reguláris halmazt metsző $\mathbf{V}$ halmaz pontjainak háromféle viszonyát mutatja be.



3.14. ábra. Bentfoglaltsági vizsgálat a $\mathbf{T}$ és a $\mathbf{V}$ ponthalmaz esetén.

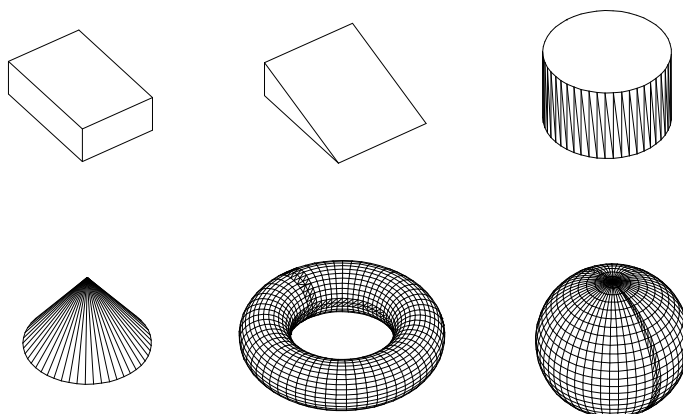
- a P pont a T halmaz belsejében van, ha $P \in bT$;
- a P pont a T halmaz határán van, ha $P \in hT$;
- a P pont a T halmazon kívül van, ha $P \in kT$.

3.4 A testmodellezés eszközei

Ebben a fejezetben az alaksajátosságokra alapozott programok használata előtti időszak testmodellező programjainak felépítését, eszköztárát mutatjuk be (pl. az AutoCAD), mert a ma használatos programokat ezeken az alapokon fejlesztették ki.

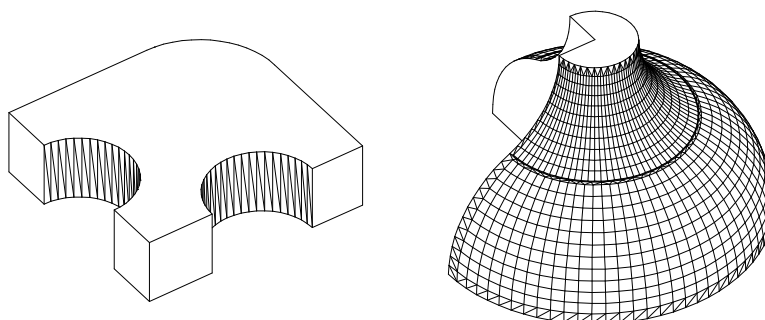
A testmodellezés eszközkészletének két alapvető csoportját a T_i elemi geometriai testek és a $\otimes$ **kompozíciós műveletek** jelentik ($\otimes$ jellel összefoglalóan a kompozíciós (halmaz) műveleteket jelöljük).

Az **elemi testek** vagy más néven **testprimitívek** lehetnek előredefiniáltak vagy a felhasználó által létrehozottak. Az **előredefiniált testprimitívek** a 3.15. ábrán, a **felhasználó által létrehozhatók** pedig a 3.16. ábrán láthatók.



3.15. ábra. Előredefiniált testprimitívek (hasáb, ék, henger, kúp, tórusz és gömb).

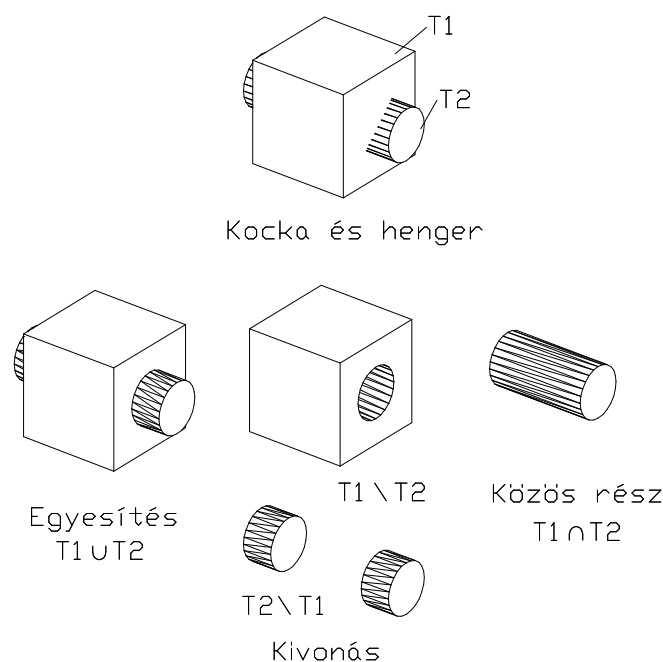
A négy leggyakrabban használt elemi test a téglatest, a körhenger, a kúp és a gömb. A testmodellezés keretében elvégzett vizsgálatok azt mutatták, hogy a gyakorlatban előforduló alkatrészek 80 – 85 %-a négy leggyakrabban használt testprimitívből felépíthető. Egyes programok a 3.15. ábrán bemutatottakon túl is tartalmazhatnak testprimitíveket, mint például: gúla, domború ív, homorú ív stb.



3.16. ábra. Felhasználó által létrehozható testprimitívek (kihúzás és megforgatás).

A felhasználó által létrehozott testprimitívek klasszikus példája a kihúzás és a megforgatás. Az újabb programokban megtalálható már a söprés és a pásztázás is. A felhasználó által létrehozott testprimitívek közös jellemzője, hogy felületek mozgatásával hozhatók létre.

A rendszerint két operanduszú **kompozíciós műveletek** közé tartozik – mint azt már korábban írtuk – az **egyesítés (union)** ($\cup$), amelyik két diszkrét test pontthalmazait kapcsolja össze; a **kivonás (difference)** ($\setminus$), amelyik két pontthalmaz különbségét képezi; és a **közös rész-képzés (intersection)** ($\cap$), amelyik mindkét testben megtalálható közös pontthalmazt határozza meg. A testmodellezés halmazműveleteit a 3.17. ábra szemlélteti, ahol egy T_1 és T_2 testprimitíven végrehajtott kompozíciós műveleteket mutatjuk be.



3.17. ábra. A testmodellezés halmazműveletei.

Ugyancsak szó volt már róla, hogy ha a testek felületekkel vagy élükkel érintkeznek egymással az egyes operátorok numerikus megbízhatósága kérdéses lehet, ezért egyes programok az **összeragasztás (glue)** ($\oplus$) paranccsal is rendelkeznek.

A testmodellezés eszközkészletéhez tartozik továbbá a **testek, testprimitívek manipulálása**. A manipulálási parancsok rendszerint egy operanduszúak. A manipulálási parancsok egyik csoportja a testprimitívek pozicionálását szolgálja:

- **eltolás**: az elemi testet a felhívási pozíciójából a modelltér adott pontjába mozgatja;
- **elforgatás**: az elemi testet a modelltér derékszögű koordináta rendszerében elforgatja az x , y és z tengelye körül a referencia ponthoz viszonyítva;
- **tükrözés**: tükrözi az elemi testet a modelltér kijelölt síkjára;
- **léptékezés**: a modellépítéshez szükséges méretű elemi testet állít elő;

- **torzítás:** az elemi test topológiai struktúráját nem érintő méret módosításokat hajt végre.

A manipulálási parancsok másik csoportja a testprimitívek többszörözését szolgálja:

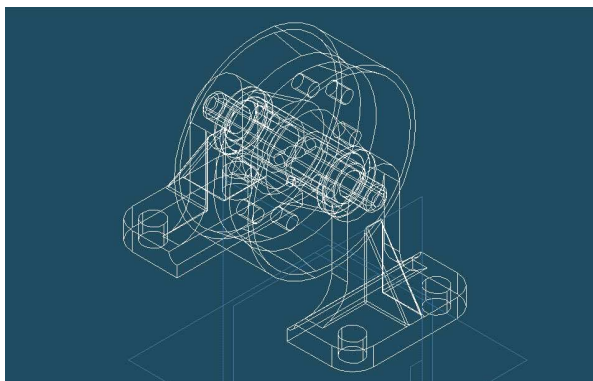
- **másolás:** az adott méretű elemi test további példányát, vagy példányait hozza létre;
- **kiosztás:** az adott méretű elemi test további nagyszámú példányát hozza létre sakktábla vagy poláris elrendezésben.

A törlés parancs:

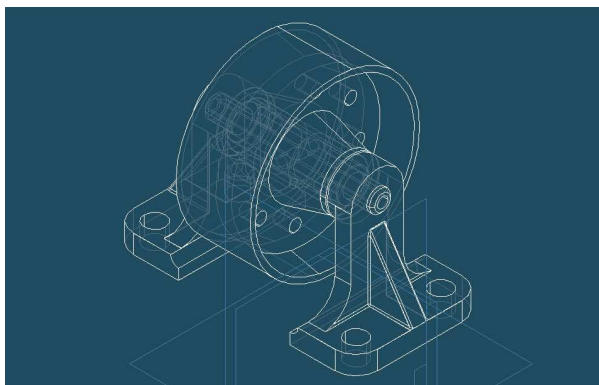
- **törlés:** valamely korábban definiált, létező, a modellbe kompozíciós művelettel még be nem épített testprimitívek megszüntetését végzi.

A testmodellezés eszközei közé tartoznak még a **szemléltető eljárások**. A kereskedelmi testmodellező rendszerek többsége a modellezett objektumot a **wireframe** paranccsal huzalváz modellként, a **hidden** paranccsal takartvonalas palástmodellként, és a **shade** paranccsal pedig felületárnyalt testmodellként jeleníti meg.

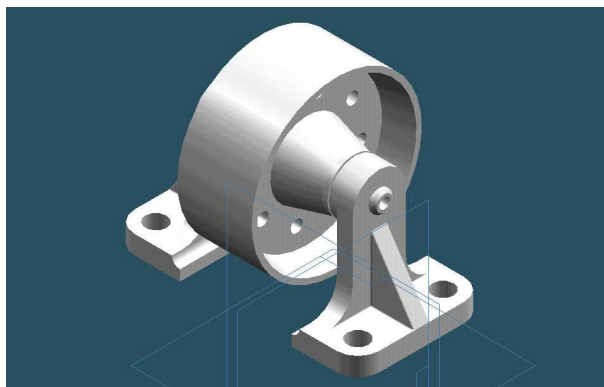
A huzalváz-megjelenítésre a 3.18. ábra mutat példát. A 3.19. ábra a takartvonalas ábrázolást, a 3.20 ábra pedig a felületárnyalt megjelenítést szemlélteti.



3.18. ábra. Példa a huzalváz megjelenítésre.

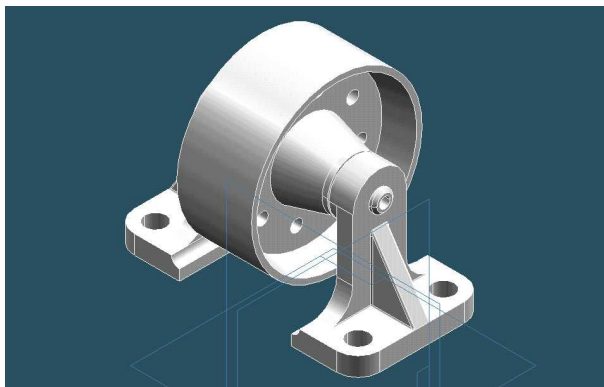


3.19. ábra. Példa a takartvonalas megjelenítésre.

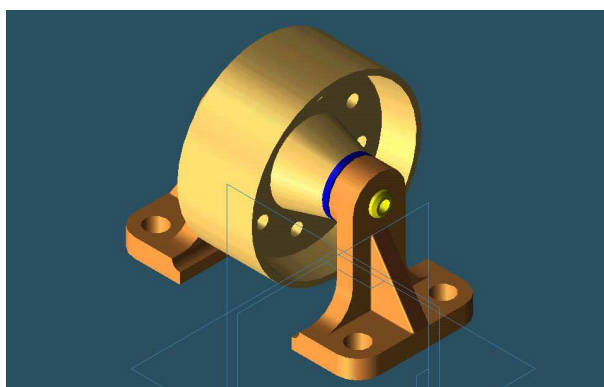


3.20. ábra. Példa a felületárnyalt megjelenítésre.

Egyértelműbbé tehető a megjelenítés a felületárnyalt és a takartvonalas opció együttes alkalmazásával (3.21. ábra). A ma használatos legtöbb program rendelkezik azzal a lehetőséggel, hogy az egyes alkatrészeket más-más színnel jelenítse meg (3.22. ábra).



3.21. ábra Példa a felületárnyalt és a takartvonalas megjelenítés együttes alkalmazására.



3.22. ábra. Példa a felületárnyalt megjelenítésre, amikor az egyes alkatrészek más-más színűek.

Összefoglalva: A testmodellezési folyamat a gyakorlatban a testprimitívek definiálásából, a méretek beállításából, a megfelelő helyzetbe való transzformálásból, majd az

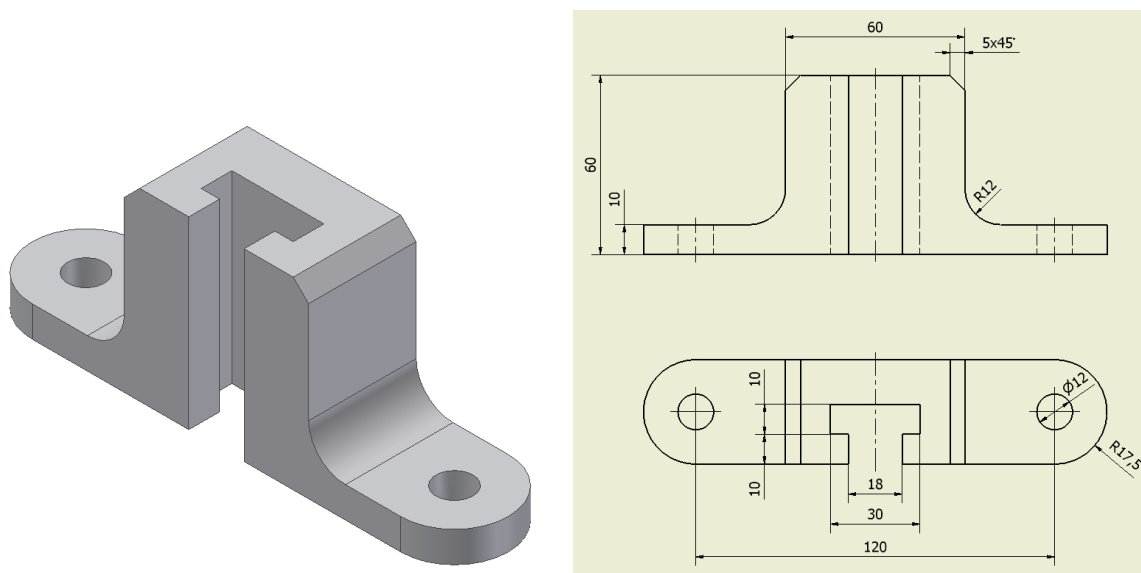
általánosított halmazműveletek alkalmazásából áll. Az elemi testek kombinálásának az előnye, hogy eredendően biztosítja az elkészített modell valószerűségét.

3.5. Modell-történet

A testprimitívekből a kompozíciós műveletekkel létrehozott eredmény-objektum – mint azt a 3.3. fejezetben már bemutattuk – teljes és egyedi. A létrehozás módja viszont nem egyértelmű, a létrehozás módja az eredményobjektumból nem fejthető vissza.

A szerkesztési folyamat lépéseinek megőrzésére, ábrázolására legismertebb módszer a CSG fa alkalmazása. E mellett bemutatunk egy másik ábrázolási módot is, amikor is formális halmazműveletekkel írjuk le az összetett modell létrejöttét.

Az összetett test szerkesztési folyamatának leírását egy konkrét példán keresztül szemléltetjük, és a példa-alkatrészt a 3.23. ábra szemlélteti. A 3.24. ábrán a példa-alkatrészt felépítő testprimitíveket mutatjuk be.

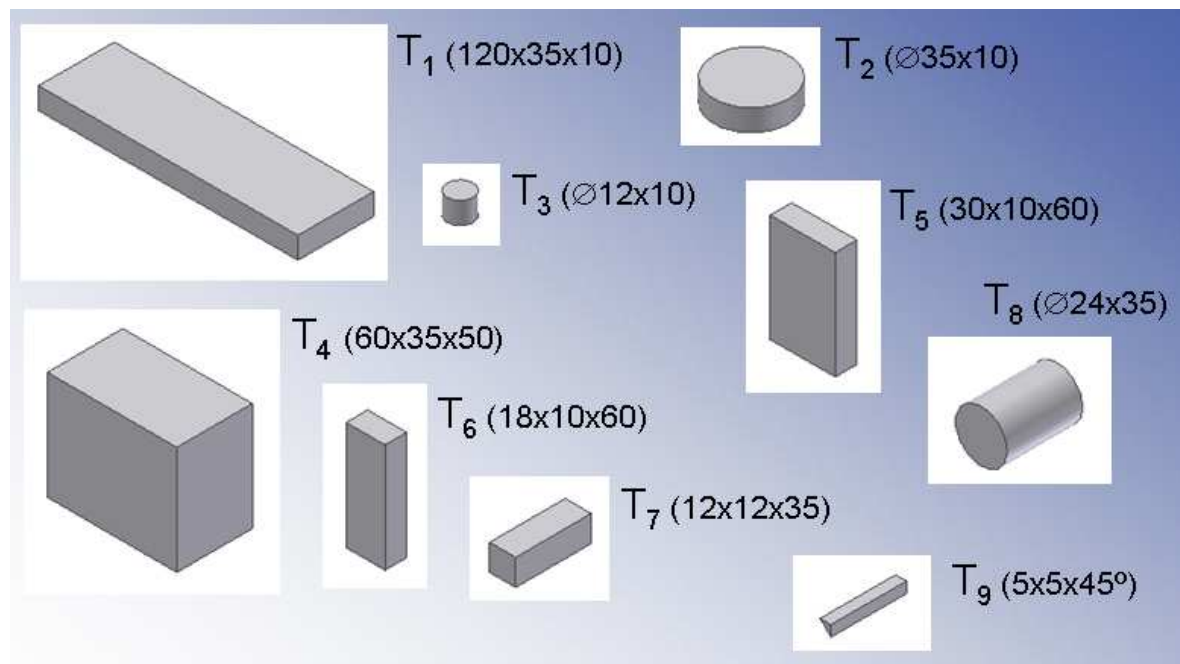


3.23. ábra. Példa-alkatrész a szerkesztési folyamat bemutatására.

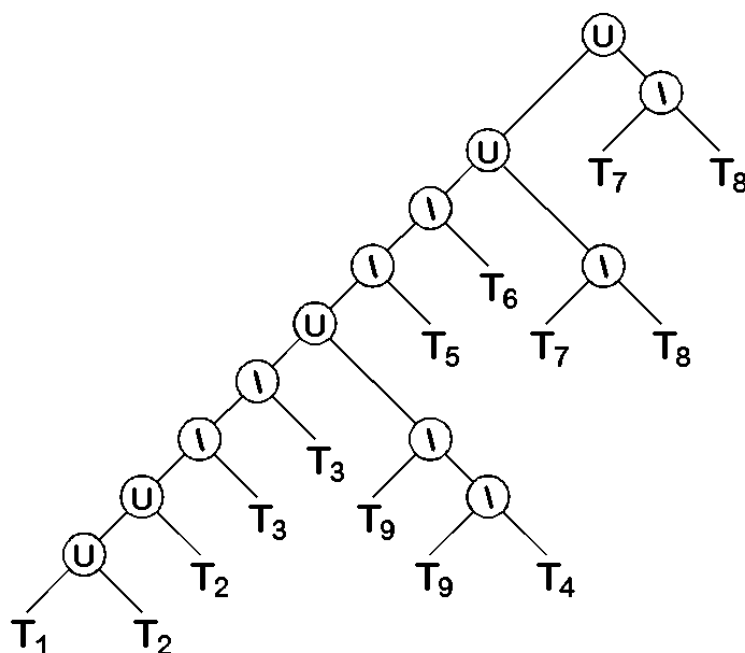
3.5.1. CSG fa

A CSG fa matematikai értelemben egy aciklikus, bináris irányított gráf. Bináris jellegét az adja, hogy minden csomópontba egy gráfél fut be, és minden csomópontból két gráfél indul ki. Az ágcsomópontokban a kompozíciós operátorok találhatók. A fa gyökere az a csomópont, amelyikbe nem fut be gráfél. A csomópont alatti két gráfél vagy részfára, vagy elemi testprimitívre mutat. A CSG fa legalsó szintjén mindig elemi test található.

A 3.23. ábra szerinti alkatrész CSG fáját a 3.25. ábrán mutatjuk be. A fában a testprimitíveket a 3.24. ábra szerinti azonosítókkal jelöltük. Külön magyarázatra szorul az R12-es lekerekítés elkészítése. A testprimitívek alapértelmezett készletében a lekerekítés ugyanis nem szerepel. A lekerekítés a T_7 jelű hasáb és a T_8 jelű henger különbségeként állítható elő.



3.24. ábra. A példa-alkatrészt felépítő testprimitívek.

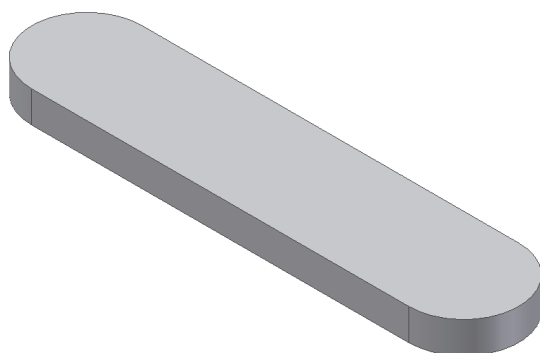


3.25. ábra. A példa-alkatrészt CSG fája.

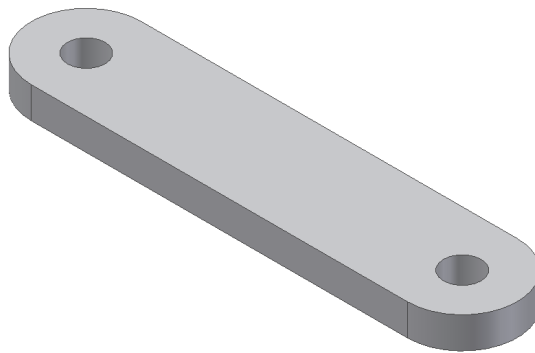
3.5.2. Modelltörténet halmazelméleti megközelítéssel

A 3.23. ábra szerinti alkatrész modelltörténete a 3.3. fejezetben bemutatott kompozíciós műveleti jelekkel is leírható. Az alkatrész felépítési folyamatát a 3.26. ábrán mutatjuk be. A halmazműveletekben a testprimitíveket a 3.24. ábra szerint alsó indexszel (T_i), az összetett objektumokat pedig felső indexszel (T^i) jelöltük.

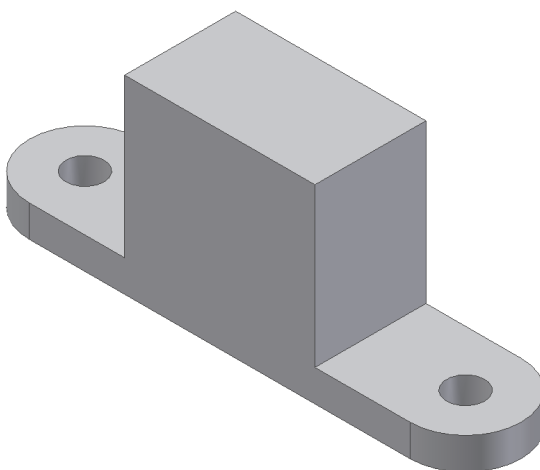
$$T^1 = (((T_1) \cup T_2) \cup T_2)$$



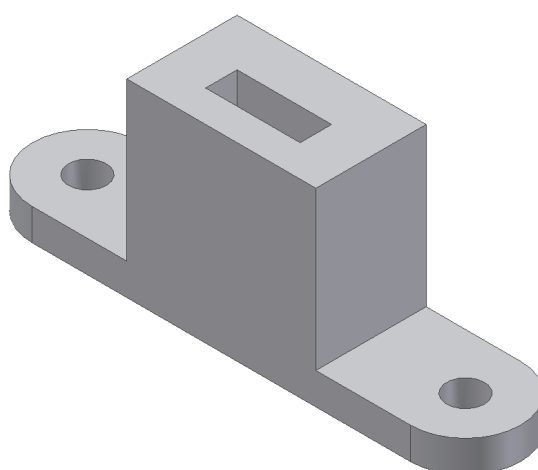
$$T^2 = (((T^1) \setminus T_3) \setminus T_3)$$



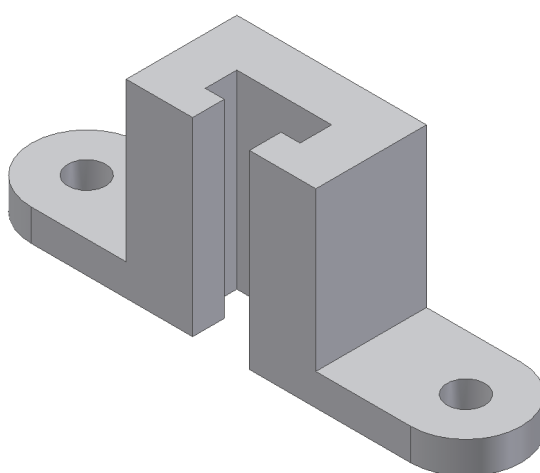
$$T^3 = ((T^2) \cup T_4)$$



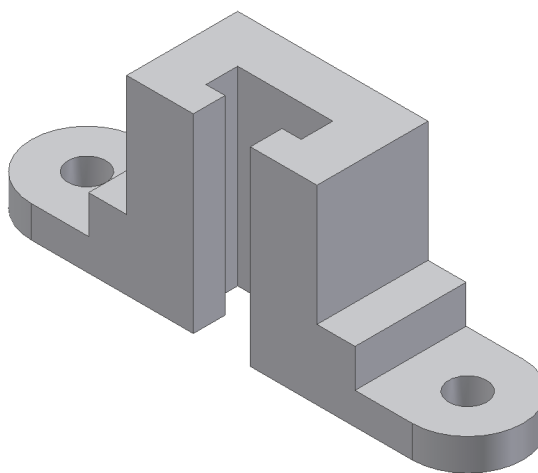
$$T^4 = ((T^3) \setminus T_5)$$



$$T^5 = ((T^4) \setminus T_6)$$

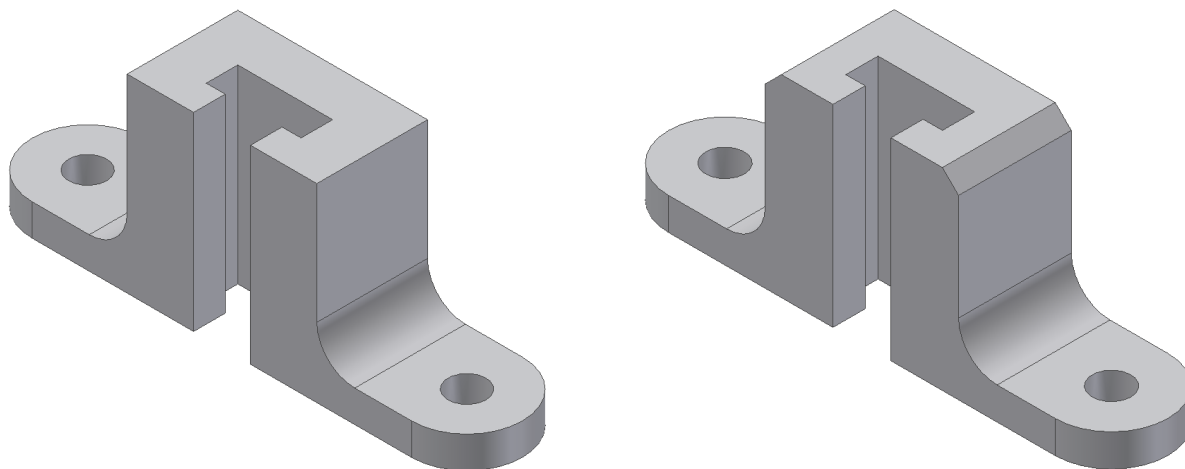


$$T^6 = (((T^5) \cup T_7) \cup T_7)$$



$$T^7 = (((T^6) \setminus T_8) \setminus T_8)$$

$$T = T^8 = (((T^7) \setminus T_9) \setminus T_9)$$



3.26. ábra. A modellalkotás folyamata halmazműveleti leírással.

3.6. Parametrikus modellezés

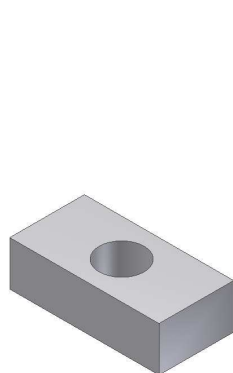
A tervezés során, hogy funkcionális, minőségi, gyárthatósági vagy szerelhetőségi szempontból a leginkább megfelelő alakot megkapjuk, a kiinduló geometriát többször módosítani kell. Elvárás a korszerű geometriai rendszerekkel szemben, hogy támogassák a konstrukció-variánsok előállítását. Ez a statikus szemléletű modellezéssel szemben **dinamikus geometriai modellezést** igényel. A dinamikus modellezés egyik alapvető formája a geometriai struktúrák és méretek módosíthatóságának lehetővé tétele, amit **parametrikus modellezésnek** nevezünk.

A parametrikus geometria modellezés az eddig bemutatott modellező rendszerektől annyiban különbözik, hogy a geometriai méreteket nemcsak adatokkal, hanem **paraméterekkel, változókkal** is jellemzik. Ez lehetővé teszi, hogy a paraméterek egymásból kiszámíthatók legyenek, a paraméterek közötti kapcsolatokat matematikai összefüggések írják le. A paraméterek között nemcsak matematikai, de logikai kapcsolatrendszer is felírható. Annak érdekében, hogy a méretek megváltozása esetén az alakzat jellege ne módosuljon, geometriai megszorításokat is kell/lehet alkalmazni, de ez már átvezet az **alaksajátosságokra alapozott geometriai modellezés** területére.

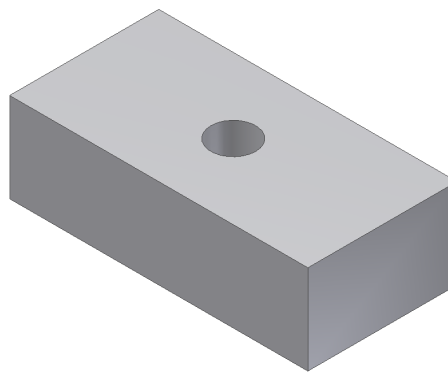
A parametrikus modellezésre mutat egy egyszerű példát a 3.27. ábra. A téglatest alapmérete a hossza. Függő méretként van beállítva a téglatest szélessége és magassága. A szélesség a hossz 0,5-szöröse, a magasság pedig a hossz 0,3-szorosa. A furat átmérő nem függő méret, abszolút értéként van megadva. A 3.27a ábra a paraméter táblázatot mutatja.

Parameters							
Parameter Name	Unit	Equation	Nominal Value	Tol.	Model Value		Comment
Model Parameters							
Hossz	mm	10,000 mm	10,000000	●	10,000000	☐	
Szélesség	mm	0,5 ul * Hossz	5,000000	●	5,000000	☐	
Magasság	mm	0,3 ul * Hossz	3,000000	●	3,000000	☐	
Dőlésszög	deg	0 deg	0,000000	●	0,000000	☐	
Furat_átmérő	mm	3 mm	3,000000	●	3,000000	☐	
User Parameters							

a)



b)



c)

3.27. ábra. Példa a parametrikus modellezésre. a) paraméter tábla; b) a téglatest hossza 10 mm; c) a téglatest hossza módosítva 20 mm-re.

A 3.27b ábra a paraméter táblázat szerinti méretekkel mutatja a téglatestet. A téglatest hossz méretét (de csak a hossz méretét) módosítva 20 mm-re, eredményül a 3.27c ábra szerinti objektum adódik eredményül.

3.7. A hagyományos geometriai modellezés értékelése

A múlt század végén testmodellezés alkalmazásával komoly eredményeket értek el a 3D-s geometriai modellezés területén, de már a 80-as évek végén láthatóvá váltak azok a korlátok, amelyeket a mai napig nem sikerült áttörni. Ezek közül néhány:

- A kereskedelmi forgalmazású modellezőrendszerek csak alacsonyabb szintű modellezési alapegységeket biztosítanak, mint amire a mérnöki gyakorlatnak szüksége van;
- A geometriai modellezőrendszerek nem támogatják a mérnöki gondolkodást, azaz hogy az elvi vázlatból folytonos módosítással készül el a végső modell. Ezért a hagyományos geometriai modellezés inkább rekonstrukció, mintsem tényleges tervezés;
- A geometriai modellező rendszerek nem adnak teljeskörű leírást a modellezett objektumról. Így pl. nem adnak információt a mikrogeometriáról, az anyagról, a fizikai jellemzőkről, amelyek a működés, a gyártás, az ellenőrzés stb. szempontjából fontosak.

Az említett hiányosságok kiküszöbölése a mérnöki gondolkozáshoz és tevékenységhez tartalmukban és kezelésükben közelálló rendszerek kifejlesztését igényelte.

Ezeknek a rendszereknek a modellezés során nem csak az **objektumot**, hanem az **objektumhoz kapcsolódó folyamatokat** is le kell tudni írniuk, tehát kezelniük kell mindazokat az ismereteket, amelyek a **termék teljes élettartamát** jellemzik.

A mérnöki tevékenység integrálása érdekében a geometria modellek helyett **termékmodellekben** kell gondolkozni.

Ennek lehetőségét a **sajátosságokra alapozott tervezés** teremti meg.

3.8 Irodalom

- [1.] CAD alapjai. Előadás vzlat. BME Gép- és Terméktervezés Tanszék. Készült a Nemzeti Fejlesztési Terv HEFOP 3.3.1. Operatív Program keretében. 2006
- [2.] Horváth Imre – Juhász Imre: Számítógéppel segített gépészeti tervezés 1.; Műszaki Könyvkiadó Budapest 1996.
- [3.] Kunwoo Lee: Principles CAD/CAM/CAE Systems. Addison-Wesley, Massashu-sets. 1999

3.9. Ellenőrző kérdések