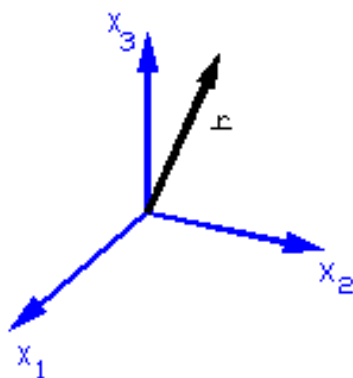


Geometria tervezés alapjai

Koordináta rendszer

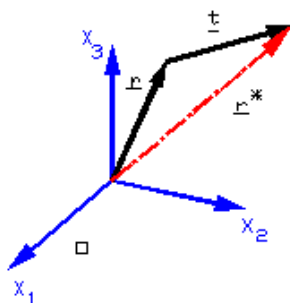


$$\underline{r} = x_1 \underline{i} + x_2 \underline{j} + x_3 \underline{k} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}$ az x_1, x_2, x_3 koordináta tengelyek irányába mutató egységvektorok

Objektum transzformációk

- Objektum eltolása



$$\underline{r} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad \underline{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix} \quad \underline{t} \text{ az eltolás vektor}$$

$\underline{r} \rightarrow \underline{r}^*$ az új helyvektor az eltolás után

$$\underline{r}^* = \underline{r} + \underline{t} = \begin{bmatrix} x_1 + t_1 \\ x_2 + t_2 \\ x_3 + t_3 \end{bmatrix}$$

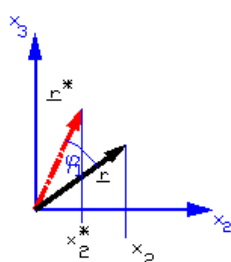
Geometriai tervezés alapjai

3

Objektum transzformációk

- Rotáció (elforgatás)

Rotáció az x_1 tengely körül φ_1 szöggel



$$x_2^* = x_2 \cos \varphi_1 - x_3 \sin \varphi_1$$

$$x_3^* = x_2 \sin \varphi_1 + x_3 \cos \varphi_1$$

$$x_2 = |\underline{r}| \cdot \cos \alpha$$

$$x_3 = |\underline{r}| \cdot \sin \alpha$$

$$x_2^* = |\underline{r}| \cdot \cos(\alpha - \varphi_1)$$

$$x_3^* = |\underline{r}| \cdot \sin(\alpha - \varphi_1)$$

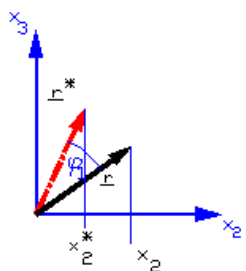
Geometriai tervezés alapjai

4

Objektum transzformációk

- Rotáció (elforgatás)

Rotáció az x_1 tengely körül φ_1 szöggel



$$\underline{r^*} = \underline{\underline{F_1}} \cdot \underline{r}$$

$$\underline{\underline{F_1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ 0 & \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ 0 & \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

megjegyzés: $\oplus$ forgásirány az óramutató járásával ellenkezőleg

Geometriai tervezés alapjai

5

Objektum transzformációk

- Rotáció (elforgatás)

Rotáció az x_2 tengely körül φ_2 szöggel

$$\underline{r^*} = \underline{\underline{F_2}} \cdot \underline{r}$$

$$\underline{\underline{F_2}} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & 0 & \sin \varphi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & 0 & \cos \varphi_2 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

6

Objektum transzformációk

- Rotáció (elforgatás)

Rotáció az x_3 tengely körül φ_3 szöggel

$$\underline{r}^* = \underline{\underline{F_3}} \cdot \underline{r}$$

$$\underline{\underline{F_3}} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 & 0 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

7

Objektum transzformációk

- Kombinált rotáció

Mivel egyszerre csak egy koordináta tengely körül lehet forgatni, ezért több lépésben kell végrehajtani.

Példa: 1. lépés – rotáció az x_1 tengely körül φ_1 szöggel

2. lépés - rotáció az x_2 tengely körül φ_2 szöggel

$$\underline{r}^* = \underline{\underline{F_2}} \cdot \underline{\underline{F_1}} \cdot \underline{r}$$

←

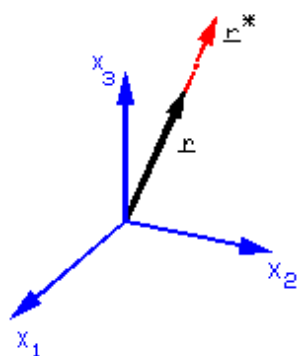
A sorrend nem mindegy!

Geometriai tervezés alapjai

8

Objektum transzformációk

Nyújtás



$$\underline{r} \rightarrow \underline{r}^*$$

$$x_1^* = C_1 \cdot x_1$$

$$x_2^* = C_2 \cdot x_2$$

$$x_3^* = C_3 \cdot x_3$$

$$C_i \geq 0$$

$$C_1 = C_2 = C_3$$

$$\underline{r}^* = \underline{\underline{C}} \cdot \underline{r}$$

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^* = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

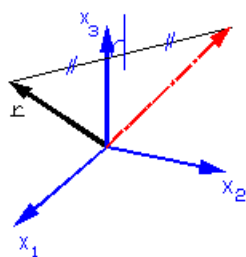
Geometriai tervezés alapjai

9

Objektum transzformációk

Tükrözés

Koordináta síkokra való tükrözés
 $[x_2, x_3]$ síkra tükrözés



$$\underline{r} \rightarrow \underline{r}^*$$

$$x_1^* = -x_1$$

$$x_2^* = x_2$$

$$x_3^* = x_3$$

$$\underline{r}^* = \underline{\underline{S}}_1 \cdot \underline{r}$$

$$\underline{\underline{S}}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{r}^* = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

10

Objektum transzformációk

Tükrözés

Koordináta síkokra való tükrözés

$[x_1, x_3]$ síkra tükrözés

$$\underline{r} \rightarrow \underline{r}^*$$

$$x_1^* = x_1$$

$$x_2^* = -x_2$$

$$x_3^* = x_3$$

$$\underline{r}^* = \underline{\underline{S}}_2 \cdot \underline{r}$$

$$\underline{\underline{S}}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{r}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

11

Objektum transzformációk

Tükrözés

$[x_1, x_2]$ síkra tükrözés

$$\underline{r} \rightarrow \underline{r}^*$$

$$x_1^* = x_1$$

$$x_2^* = x_2$$

$$x_3^* = -x_3$$

$$\underline{r}^* = \underline{\underline{S}}_3 \cdot \underline{r}$$

$$\underline{\underline{S}}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{r}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

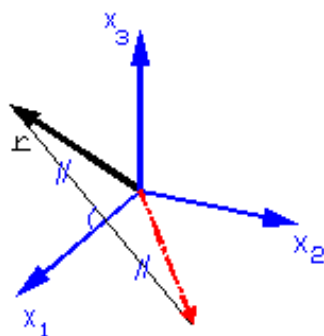
12

Objektum transzformációk

Tükrözés

Tükrözés koordináta tengelyre

x_1 tengelyre



$$\underline{r} \rightarrow \underline{r}^*$$

$$x_1^* = x_1$$

$$x_2^* = -x_2$$

$$x_3^* = -x_3$$

$$\underline{r}^* = \underline{S}_{2,3} \cdot \underline{r}$$

$$\underline{S}_{2,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{r}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

13

Objektum transzformációk

Tükrözés

x_2 tengelyre

$$\underline{r} \rightarrow \underline{r}^*$$

$$x_1^* = -x_1$$

$$x_2^* = x_2$$

$$x_3^* = -x_3$$

$$\underline{r}^* = \underline{S}_{1,3} \cdot \underline{r}$$

$$\underline{S}_{1,3} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{r}^* = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

14

Objektum transzformációk

Tükrözés

x_3 tengelyre

$$\underline{r} \rightarrow \underline{r}^*$$

$$x_1^* = -x_1$$

$$x_2^* = -x_2$$

$$x_3^* = x_3$$

$$\underline{r}^* = \underline{S}_{1,2} \cdot \underline{r}$$

$$\underline{S}_{1,2} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{r}^* = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

15

Objektum transzformációk

Tükrözés

Origóra való tükrözés

$$\underline{r} \rightarrow \underline{r}^*$$

$$x_1^* = -x_1$$

$$x_2^* = -x_2$$

$$x_3^* = -x_3$$

$$\underline{r}^* = \underline{S} \cdot \underline{r}$$

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{r}^* = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

16

Objektum transzformációk

Megfontolás

Annak érdekében, hogy az objektum transzformációk azonos művelettel legyenek leírhatók, és ez a művelet legyen egységesen a szorzás, ezért az eltolást kibővített helyvektor segítségével alakítsuk át, összeadásból szorzássá.

$$\underline{r}^* = \underline{r} + \underline{t} \rightarrow \underline{R}^* = \underline{T} \cdot \underline{R}$$

$$\underline{R}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_1 \\ 0 & 1 & 0 & t_2 \\ 0 & 0 & 1 & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + t_1 \\ x_2 + t_2 \\ x_3 + t_3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \\ 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

17

Objektum transzformációk

Ennek megfelelően a tengelyek körüli forgatás kibővített mátrixai (az eredeti kiegészítve egy negyedik sorral és oszloppal, melynek elemei 0-ák, kivéve a főátló utolsó elemét, amely 1.

$$\underline{\underline{F_1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ 0 & \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{F_1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ 0 & \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{F_2}} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & 0 & \sin \varphi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & 0 & \cos \varphi_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{F_2}} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & 0 & \sin \varphi_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & 0 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{F_3}} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 & 0 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{F_3}} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

18

Objektum transzformációk

A nyújtás mátrixa az alábbiak szerint alakul át kibővített mátrixá

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

19

Objektum transzformációk

A tükrözés mátrixai az alábbiak szerint alakulnak át kibővített mátrixá

$$\underline{\underline{S}}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{S}}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{S}}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{S}}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{S}}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{S}}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

20

Objektum transzformációk

A tükrözés mátrixai az alábbiak szerint alakulnak át kibővített mátrixá

$$\underline{\underline{S_{2,3}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{S_{2,3}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{S_{1,3}}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{S_{1,3}}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{S_{1,2}}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{S_{1,2}}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

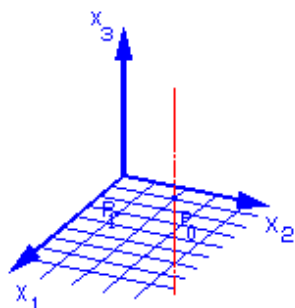
Geometriai tervezés alapjai

21

Objektum transzformációk

Példa 1.

Forgassuk el a $P_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ pontot 90° -al, a $P_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ ponton átmenő, x_3 koordinátatengellyel párhuzamos tengely körül.



Három egymást követő transzformációval lehet megoldani a feladatot.

Geometriai tervezés alapjai

22

Objektum transzformációk

Példa 1.

1. lépés: toljuk el a forgástengelyt az x_3 tengelybe.

Az eltolás vektor:

$$\underline{t}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Az eltolás kibővített mátrixa:

$$\underline{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

23

Objektum transzformációk

Példa 1.

2. lépés: forgassunk 90° -al az x_3 koordináta tengely körül.

A forgatás kibővített mátrixa:

mivel $\sin 90^\circ = 1$ és $\cos 90^\circ = 0$

$$\underline{F}_3 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

24

Objektum transzformációk

Példa 1.

3. lépés: toljuk vissza a forgástengelyt az eredeti helyére.

Az eltolás vektor:

$$t_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Az eltolás kibővített mátrixa:

$$\underline{\underline{T_2}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

25

Objektum transzformációk

Példa 1.

Az elforgatott objektum új helye:

$$\underline{\underline{R^*}} = \underline{\underline{T_2}} \cdot \underline{\underline{F_3}} \cdot \underline{\underline{(T_1 \cdot R)}} \quad \text{A sorrend kötött, jobbról balra!}$$

$$\underline{\underline{M}} = \underline{\underline{T_2}} \cdot \underline{\underline{F_3}} \cdot \underline{\underline{T_1}}$$

$$\underline{\underline{F_3}} \cdot \underline{\underline{T_1}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Az eredő transzformáló mátrix:

$$\underline{\underline{M}} = \underline{\underline{T_2}} \cdot (\underline{\underline{F_3}} \cdot \underline{\underline{T_1}}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

26

Objektum transzformációk

Példa 1.

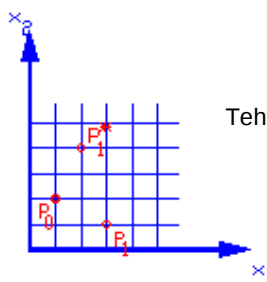
A P_1 objektum kibővített helyvektora $\underline{R}_1$

$$\underline{R}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

A forgatás után az objektum új kibővített helyvektora R_1^*

$$\underline{R}_1^* = \underline{M} \cdot \underline{R}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Tehát } P_1^* = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Geometriai tervezés alapjai

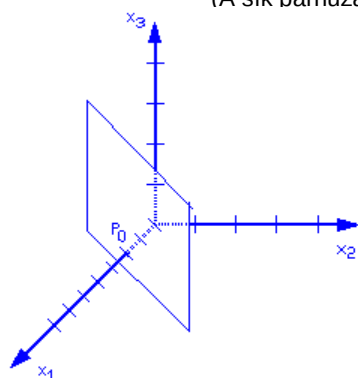
27

Objektum transzformációk

Példa 2:

Tükrözzük meg a $P_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ koordinátájú objektumot az $x_1 = 2$ síkra.

(A sík párhuzamos az $[x_2, x_3]$ síkkal)



Geometriai tervezés alapjai

28

Objektum transzformációk

Példa 2:

Három egymást követő transzformációval lehet megoldani a feladatot.

1. lépés: toljuk el a síkot az $[x_2, x_3]$ síkba.

Az eltolás vektor:

$$\underline{t_1} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Az eltolás kibővített mátrixa:

$$\underline{\underline{T_1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

29

Objektum transzformációk

Példa 2:

2. lépés: tükrözés

A tükrözés kibővített mátrixa:

$$\underline{\underline{S_{2,3}}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

30

Objektum transzformációk

Példa 2:

3. lépés: toljuk vissza a síkot az eredeti helyére

Az eltolás vektor:

$$\underline{t}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Az eltolás kibővített mátrixa:

$$\underline{\underline{T}}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

31

Objektum transzformációk

Példa 2:

A megtűkröztött objektum helye:

$$\underline{R}_1^* = \left[\underline{T}_2 \cdot \left(\underline{S}_{2,3} \cdot \underline{T}_1 \right) \right] \cdot \underline{R}_1 \quad \text{A sorrend kötött, jobbról balra!}$$

Az eredő transzformáló mátrix:

$$\underline{\underline{M}} = \underline{\underline{T}}_2 \cdot \underline{\underline{S}}_{2,3} \cdot \underline{\underline{T}}_1$$

$$\underline{\underline{S}}_{2,3} \cdot \underline{\underline{T}}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geometriai tervezés alapjai

32

Objektum transzformációk

Példa 2:

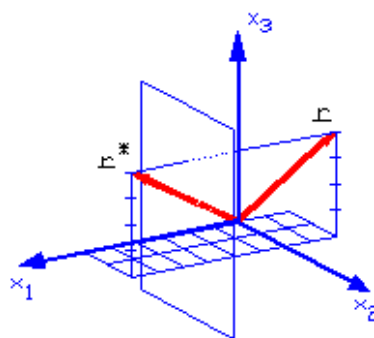
Az objektum új helye:

$$\underline{R_1^*} = \underline{\underline{M}} \cdot \underline{R_1}$$

$$\underline{R_1^*} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tehát

$$P_1^* = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$



Geometriai tervezés alapjai

33